**Nombre:**

**Fecha:**

**Actividad 2: Continuación de la Equivalencia de Expresiones**

**Lección 3**

Parte I: Exploración e interpretación de los efectos de la tecla ENTER, así como de los comandos EXPAND y FACTOR

I(A) **(con calculadora)** Completa la tabla de abajo con lo mostrado en la pantalla de la calculadora, según sea requerido:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Expresión dada | Resultado producido por ENTER | Resultado producido por FACTOR | Resultado producido por EXPAND |
| 1. |  |  |  |
| 2. |  |  |  |
| 3. |  |  |  |
| 4. |  |  |  |

I(B) (con papel y lápiz)

1. Dada la expresión 1 (de la Parte I A):

* Describe cómo es la estructura de cada una de las tres formas producidas por la calculadora y compáralas con la expresión dada.

La forma de la expresión producida por ENTER es idéntica.

La forma de la expresión producida por FACTOR está compuesta por un producto de dos expresiones lineales en lugar de una suma de términos simples.

La forma de la expresión producida por EXPAND es una suma de términos simples y es, por tanto, diferente de la forma de la expresión dada (en forma de fracción).

* Todas estas formas, ¿son equivalentes a la expresión dada? Por favor, explica.

Sí: todas estas formas pueden ser re-expresadas en la expresión dada, utilizando manipulaciones algebraicas.

Por ejemplo, la forma desarrollada (mediante EXPAND) se obtiene aplicando a la expresión dada la propiedad distributiva:  , la cual es equivalente a , y que se convierte en.

Podemos también demostrar la equivalencia de estas formas, utilizando la “prueba de la igualdad” de la calculadora (como en la parte IV de la actividad 1).

2. Dada la expresión 2, muestra los pasos algebraicos que usarías para obtener la forma producida por la tecla ENTER.

[*(x-2)2+(7x-2)(x-2)*]*/4 =* [*(x-2)(x-2)+(7x-2)(x-2)*]*/4*

*= (x-2)*[*(x-2) + (7x-2)*]*/4*

*= (x-2)(8x-4)/4*

*= 4(x-2)(2x-1)/4*

*= (x-2)(2x-1)*

3. Considera la expresión 3 dada. Muestra, usando álgebra en papel y lápiz cómo obtienes la forma producida por el comando FACTOR.

*(2-x)(1-2x) = (-1)(x-2)(2x-1)(-1)* escribimos (-1) como factor en cada uno de los dos factores

*= (x-2)(2x-1)* el producto (-1)(-1) da 1

4. Considera la expresión 4 dada. Muestra, usando álgebra en papel y lápiz, cómo obtienes la forma producida por el comando EXPAND.

 = 

= 

= 

= 

= 

= 

= 

5. En la tabla de la Parte IA precedente, ¿cuáles, de esas expresiones, son equivalentes entre ellas? (Compáralas tanto como puedas.) Por favor, justifica tu respuesta. En esta equivalencia de expresiones, ¿hay algunas restricciones en cuanto a los valores posibles de *x*? Por favor, explica.

Las expresiones 1 y 4 son equivalentes, pues la aplicación de FACTOR (y de EXPAND) muestra que ellas pueden ser expresadas en forma común. Esta equivalencia está definida para todos los números reales, excepto para *x* = -2 (ya que la expresión 4 no está definida para *x* = -2).

De igual forma, las expresiones 2 y 3 son equivalentes (ya que ENTER, FACTOR y EXPAND producen formas idénticas). Esta equivalencia no está sujeta a ninguna restricción: ella es válida, por tanto, para todos los números reales.

Además, tal como fue discutido en IB 1, todas las formas de una expresión dada producidas por ENTER, FACTOR y EXPAND son equivalentes entre ellas.

## Discusión en el salón de clases de las Partes I A y B

**Parte II**: **Muestra de la equivalencia de expresiones, mediante diversos usos de los comandos de la calculadora**

He aquí una lista de cuatro expresiones equivalentes, sujetas a ciertas restricciones.

Tabla 1

|  |
| --- |
| Expresión dada |
| 1. |
| 2. |
| 3. |
| 4. |

II(A) Determina el máximo conjunto común de valores posibles de *x* de estas expresiones. Muestra y explica cómo determinaste este conjunto de valores.

|  |
| --- |
| Por definición, el conjunto de valores posibles para una expresión en *x* dada contiene todos los valores de *x* para los cuales la expresión, al ser evaluada en ese número, da un número real.  El conjunto más grande de valores posibles de *x* para estas 4 expresiones contiene todos los números reales para los cuales todas están definidas: IR \ {-3,4}. Este conjunto se determina excluyendo los valores de *x* para los cuales una de las expresiones no da un número real al ser ésta evaluada en ese valor de *x.* En este caso, ello se produce cuando un denominador es igual a cero (puesto que la división por cero no está definida; es decir, cuando 7*x*+21 = 0 y cuando *x*+3 = 0, esto implica que *x* = -3, y cuando *x*-4 = 0, lo cual implica *x* = 4. |

II(B) Usando, una vez y sólo una vez, cada uno de los cuatro métodos para determinar la equivalencia, muestra que todas las cuatro expresiones de la Tabla 1 son equivalentes. En la Tabla 2, establece qué es lo que introduces en la calculadora y qué es lo que obtienes. (Puedes usar la hoja de trabajo dada en la última página para conservar los registros de tu trabajo.)

Tabla 1

|  |
| --- |
| Expresión dada |
| Exp1. |
| Exp2. |
| Exp3. |
| Exp4. |

Tabla 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Método: usando calculadora** | **Qué introduces en la calculadora** | **Resultado mostrado por la calculadora** |
| Verificación de la igualdad | Exp3=Exp4 | True |
| FACTOR | FACTOR (Exp4) | *3(x-3)(2x-1)* |
| EXPAND | EXPAND (Exp1) | Exp3 |
| ENTER | Exp2 (después presionar ENTER) | *3(x-3)(2x-1)* |

II(C) Usando sólo los resultados de la Tabla 2, prueba las seis afirmaciones de equivalencia mostradas en la Tabla 3.

Tabla 3 (el símbolo “≡” denota equivalencia)

|  |  |
| --- | --- |
| **Afirmación de equivalencia** | **Prueba de la equivalencia** |
| Exp1 ≡ Exp2 | i) Exp1 ≡ Exp3 (ya que EXPAND(Exp1) tiene la misma forma que Exp3), y  ii) Exp3 ≡ Exp4 (ya que se verifica mediante la “prueba de la igualdad”), y  iii) Exp4 ≡ Exp2 (puesto que son re-expresables en forma común)  Se tiene, por tanto, que Exp1 ≡ Exp2 (por transitividad). |
| Exp 1 ≡ Exp3 | La forma desarrollada de la expresión 1 (obtenida mediante EXPAND) es la misma que la obtenida de la expresión 3. |
| Exp1 ≡ Exp4 | i) Exp1 ≡ Exp3 (ya que EXPAND(Exp1) tiene la misma forma que Exp3), y  ii) Exp3 ≡ Exp4 (mediante “la prueba de la igualdad”).  Se tiene, por tanto, que Exp1 ≡ Exp4 (por transitividad). |
| Exp2 ≡ Exp3 | Exp2 ≡ Exp4 (mediante forma común), y Exp4 ≡ Exp 3 (mediante “la prueba de la igualdad”).  Por tanto, Exp2 ≡ Exp3 (por transitividad). |
| Exp2 ≡ Exp4 | Las dos expresiones admiten una forma común: *3(x-3)(2x-1)*. |
| Exp3 ≡ Exp4 | Mediante “la prueba de la igualdad” que muestra “true”. |

**Discusión en el salón de clases de las Partes II A, B, y C**

**Tarea**

**A.** Prueba que las cuatro expresiones de la Tabla 4 son equivalentes, mediante cualquier uso de los comandos que desees de la calculadora. Muestra tu trabajo en la Tabla 5.

**Tabla 4**

|  |
| --- |
| Expresión dada |
| 1. |
| 2. |
| 3. |
| 4. |

**Tabla 5**

|  |  |
| --- | --- |
| **Qué introduces en la calculadora** | **Resultado mostrado por la calculadora** |
| EXPAND () |  |
| EXPAND () |  |
| EXPAND () |  |
| EXPAND () |  |

Explica cómo los resultados de la Tabla 5 te permiten concluir que las cuatro expresiones son equivalentes.

|  |
| --- |
| Todas las expresiones son equivalentes porque ellas pueden ser desarrolladas (mediante EXPAND) en una misma forma común. |

**B.** Determina el máximo conjunto común formado por los valores que pueden ser asignados a *x* en este conjunto de expresiones. Muestra cómo determinaste ese conjunto de valores.

|  |
| --- |
| El conjunto común más grande de valores posibles para *x* de este conjunto de expresiones contiene todos los números reales excepto aquellos para los cuales una expresión no está definida (es decir, cuando un denominador es igual a cero:  IR-{1/3, 5/4, 3}  Exp1 no está definida cuando *x* = 3 y *x* = 5/4, por inspección de su denominador.  Exp2 no está definida cuando *x* = 3, también por inspección de su denominador.  Exp3 no está definida cuando *x* = 3 y *x* = 1/3, puesto que su denominador puede ser factorizado como *-1(3x2-10x+3)* y en seguida como *–1(3x-1)(x-3)*.  Exp4 no está definida cuando *x* = 3 y *x* = 1/3, puesto que su denominador puede ser factorizado como:  *4(x2-2x+1)- (x2+2x+1) = 4x2-8x+4-x2-2x-1*  *= 3x2-10x+3*  *= (3x-1)(x-3)* |

**C.** ¿Encuentras algo sorprendente acerca de las formas de las expresiones factorizadas y expandidas de este conjunto dado de expresiones? Por favor, explica.

|  |
| --- |
| La tabla 5 muestra que la forma desarrollada es siempre .  El comando FACTOR aplicado a cada expresión produce siempre la misma expresión:  .  Puede parecer extraño que las formas factorizadas y desarrolladas sean idénticas, sin embargo, esto se obtiene con cierto tipo de expresiones. |

**Hoja de trabajo para la Parte II (B)**

|  |  |
| --- | --- |
| Qué introduces en la calculadora | Resultado mostrado por la calculadora |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |