Nombre:

Fecha:

Actividad 3: Transición de expresiones a Ecuaciones

**Parte I (con calculadora): Introducción al uso del comando SOLVE**

En la primera actividad, en torno a la equivalencia de expresiones, anulamos aquellas expresiones encontradas que no eran equivalentes (un recordatorio de la definición de equivalencia: “si para cualquier número posible que reemplaza a *x*, cada una de las expresiones dan el mismo valor, se dice que esas expresiones son equivalentes en el conjunto de valores posibles que puede tomar *x*.”).

Con esas expresiones no equivalentes, cuando las introducíamos en la calculadora, las ecuaciones formadas con tales expresiones, la calculadora no mostraba “true”. Esto fue así porque hay sólo *algunos* (o *ninguno*) valores de *x*, los cuales al sustituirlos en ambos lados de la ecuación produce resultados iguales. En la presente actividad se usará la calculadora para encontrar los valores de *x* que producen resultados iguales.

He aquí un ejemplo de dos expresiones claramente no equivalentes: *x*2 y *x.*

Si se introduce en la calculadora una ecuación formada por estas dos expresiones (*x*2= *x*), la pantalla de la calculadora no muestra “true”. Si se quiere encontrar esos valores de *x* para los cuales las dos expresiones producen valores iguales, se puede usar el comando SOLVE de la calculadora.

**Syntax**: SOLVE (Expr1 = Expr2, *x*), suponiendo que *x* es el nombre de la variable que aparece en cada expresión, y que Expr1 y Expr2 representan las expresiones dadas.

**Resuelve la ecuación *x*2= *x* usando el comando SOLVE de la calculadora**.

1. ¿Qué muestra la calculadora como resultado?

*x = 1 or x = 0*

1. ¿Puedes anticipar lo que mostraría la calculadora cuando sustituyas cada uno de estos valores de *x* en la ecuación?

True

1. Usando la calculadora “con el operador ” (“**|**”), verifica que ella muestra, en realidad, aquello que se esperaba en la Pregunta 2.

**Syntax**: Expr1=Expr2 **|** *x*=*valor*

**Terminología**: Los valores de *x* para los cuales ambas expresiones producen resultados iguales son, comúnmente, conocidos como “soluciones” de la ecuación.

Parte II (con calculadora):

Expresiones ya abordadas y su subsiguiente integración en ecuaciones

He aquí tres expresiones:

1. *x*(*x*2 - 9),
2. (*x*+3)(*x*2-3*x*) - 3*x* - 3
3. (*x*2 - 3*x*)(*x*+3)

II(A) Usa tu calculadora para determinar cuáles de estas expresiones son equivalentes. Completa la tabla de abajo con la información apropiada.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Qué introduces en la calculadora | | Qué muestra la calculadora | | Mi interpretación de lo que muestra la calculadora | |
| *x(x2-9) = (x+3)(x2-3x)-3x-3* | | *x(x2-9) = x3—12x—3* | | Exp1 y Exp2 no son equivalentes | |
| *x(x2-9) = (x2-3x)(x+3)* | | true | | Exp1 et Exp3 son equivalentes | |
|  | |  | |  | |

II(B) ¿Cuáles, de las expresiones precedentes, son equivalentes? ¿Cuáles no son equivalentes? Por favor, explica.

Exp1Exp3 (ver tabla de arriba), y

Exp1 et Exp2 no son equivalentes (ver tabla de arriba).

Por tanto, Exp2 y Exp3 no son equivalentes (por transitividad de la equivalencia).

II(C) Construye una ecuación, usando un par de las expresiones dadas que no son equivalentes (observa Parte II B, precedente). Usa tu calculadora para determinar esos valores de *x*, si hay algunos para los que ambas expresiones, escritas como ecuación, son iguales.

|  |  |
| --- | --- |
| Qué introduces en la calculadora | Qué muestra la calculadora |
| Solve (*x(x2-9) = (x+3)(x2-3x)-3x-3, x*) | *x = -1* |
|  |  |

II(D) ¿Cómo usarías la calculadora para verificar que los valores encontrados para *x* (en la Pregunta C, precedente) son soluciones de tu ecuación? Completa la tabla de abajo con la información apropiada.

|  |  |
| --- | --- |
| Qué introducirías en la calculadora | El resultado que mostraría la calculadora |
| *x(x2-9) = (x+3)(x2-3x)-3x-3* **|** *x = -1* | true |

II(E) Construye una ecuación, usando otro par de expresiones dadas que **no son equivalentes** (observa la Pregunta B. precedente). Sin usar la calculadora y sin usar álgebra en papel y lápiz, encuentra la solución de esta ecuación. Por favor, explica.

*(x2-3x)(x+3) = (x+3)(x2-3x)-3x-3*

La solución de esta ecuación debe ser *x = -1*

Explicación:

En II(A), vimos que las expresiones *x(x2-9)* et *(x2-3x)(x+3)* eran equivalentes. La ecuación en II(E) es por tanto obtenida de la ecuación II(C) reemplazando una de las expresiones por una expresión equivalente. En otras palabras, el lado izquierdo de la ecuación II(E) no es más que otra forma de escribir el lado izquierdo de la ecuación II(C). Estas dos ecuaciones deben, por tanto, tener las mismas soluciones. (Algo más que se puede decir aquí es que todos los valores reales de *x* son posibles para estas expresiones.) Y como se vio (en II(C)) que la solución de la ecuación *x(x2-9) = (x+3)(x2-3x)-3x-3* era *x=–1*, se sabe que *x* = -1 será también solución de la ecuación *(x2-3x)(x+3) = (x+3)(x2-3x)-3x-3*.

II(F) Construye una ecuación, usando un par de las expresiones dadas que **son equivalentes** (observa la Parte II B precedente). Sin usar la calculadora ni álgebra en papel y lápiz, encuentra la solución (es) de esta ecuación. Por favor, explica.

*x(x2-9) = (x2-3x)(x+3)*

Dado que estas dos expresiones son equivalentes, la ecuación es por tanto una identidad, por la definición misma de equivalencia. Es decir, que todo número real es solución de tal ecuación.

Otra forma de explicar esto es afirmar que cada expresión no es, en los hechos, más que otra forma equivalente de escribir la otra. Dado que no hay ninguna restricción sobre los valores de *x*, es posible tomar, ya sea una u otra expresión; la ecuación describe simplemente dos formas equivalentes (la cual produce siempre los mismos resultados) de operar sobre valores de *x*.

# Discusión en el salón de clases de las Partes I y II

## Parte III (papel y lápiz): Construcción de ecuaciones e identidades

**III(A)** 1. Construye una ecuación formada por dos expresiones equivalentes de tu propia elección.

*2x(x + 3) = 2x2 + 6x*

2. Explica tus razones de porqué elegiste esas dos expresiones en particular.

La distributividad de la multiplicación respecto de la adición produce siempre expresiones equivalentes.

3. ¿Qué puedes decir en torno a las soluciones de esta ecuación?

La solución consiste en el conjunto de todos los números reales.

4. ¿Cómo usarías la calculadora para apoyar tu respuesta a la Pregunta A3 precedente?

Yo utilizaría “la prueba de la igualdad”. Después de haber escrito la ecuación; la calculadora debe decir “true”.

**III(B)** 1. Construye una ecuación formada por dos expresiones no equivalentes de tu propia elección.

*x = x + 1*

2. Explica tus razones de porqué elegiste esas dos expresiones en particular.

Ningún número *x* es igual a *x*+1.

Estas dos expresiones no pueden por tanto ser expresadas en forma común.

3. ¿Qué puedes decir en torno a las soluciones de esta ecuación?

Esta ecuación particular no tiene solución, tal que explique la pregunta precedente.

4. ¿Cómo usarías la calculadora para apoyar tu respuesta a la Pregunta B3 precedente?

Yo escribiría “Solve(*x = x + 1*, *x*)”, y esperaría obtener la respuesta “false”.

# Discusión en el salón de clases de la Parte III, A y B

## Parte IV (con calculadora): Síntesis de varias ecuaciones tipo

1. Resuelve las siguientes ecuaciones, usando el comando SOLVE de la calculadora.

|  |  |
| --- | --- |
| Ecuación dada | Qué muestra la calculadora |
| 1. (2–*x*)2 = *x*(2*x*–4) | *x = 2* or *x = -2* |
| 2. (*x*–5)(3*x*+7) – 5 = 3*x*2-8*x*–40 | true |
| 3. 3*x*2–*x*–1 = 2*x*+5 | *x = 2* or *x = -1* |
| 4. | false |

2. ¿Cómo interpretas cada expresión mostrada en la pantalla de la calculadora, al responder la Pregunta 1 precedente?

La ecuación 1 tiene dos soluciones; en otras palabras: hay dos números reales (*x =2* y *x =-2)* para los cuales las expresiones *(2–x)2* y *x(2x–4)* dan resultados iguales.

La ecuación 2 se verifica para todos los números reales; en otras palabras: la expresión de la izquierda de la igualdad es equivalente a la expresión de la derecha de la igualdad.

La ecuación 3 tiene dos soluciones; en otras palabras: hay dos números reales (*x= 2* y *x=-1)* para los cuales las expresiones *3x2–x–1* y *2x+5* dan resultados iguales.

La ecuación 4 no tiene soluciones; en otras palabras: no existe ningún número real para el cual las expresiones de la izquierda y de la derecha del signo “=” dé resultados iguales.

### Discusión en el salón de clases de la Parte IV