Nombre: Fecha:

Actividad 6: Factorización

# Parte I (con papel y lápiz, así como con CAS): observación de patrones en los factores

1. (a) Antes de usar la calculadora, trata de recordar la factorización de cada una de las expresiones algebraicas listadas en la columna izquierda de la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
| Factorización usando papel y lápiz  | Verificación usando FACTOR (muestra el resultado exhibido en la pantalla de la CAS) |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Discusión en el salón de clases de la Parte I, 1a**

1. (b) Efectúa las operaciones indicadas (usando papel y lápiz)

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
|  |

2. (a) Sin hacer manipulación algebraica alguna, anticipa el resultado de los siguientes productos:

|  |
| --- |
|  |

2. (b) Verifica los resultados precedentes anticipados, usando papel y lápiz (en el rectángulo de abajo), y después usando la calculadora.

2. (c) ¿Qué tienen de común las siguientes tres expresiones? Y ¿en qué difieren?

, , y .

1. (d) ¿Cómo explicas el hecho de que los productos precedentes son todos ellos un binomio, si se llevó a cabo la multiplicación de: dos binomios, un binomio por un trinomio y un binomio por un tetranomio?

**Discusión en el salón de clases de la Pregunta 2d**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. (e) Tomando como base las expresiones que has encontrado hasta ahora, pronostica una factorización de la expresión: .
2. (f) Explica por qué el producto: (*x* –1) (*x*15 + *x*14 + *x*13 + … + *x*2 + *x* + *1*) da como resultado: *x*16–*1*
3. (g) Tu explicación (en (f), precedente) ¿también es válida para la siguiente igualdad?

(*x* –*1*) (*x*134 + *x*133 + *x*132 + … + *x*2 + *x* + *1*) = *x*135–*1*

 Explica:

Discusión en el salón de clases de la Parte I

## Parte II: Hacia una generalización (actividad con papel y lápiz, así como con calculadora)

II(A) 1. En esta actividad, cada línea de la tabla de abajo debe ser completada en su totalidad (las tres celdas) una fila a la vez. Empieza de arriba hacia abajo.

Si, para una fila dada, los resultados de las columnas de la izquierda y de en medio difieren, reajústalas usando manipulaciones algebraicas, y escribe tus resultados en la columna de la derecha.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Factorización usando papel y lápiz  | Resultado dado por el comando FACTOR | Cálculos algebraicos para reajustarlas, si es necesario  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

II.(A).2. Elabora una conjetura, en general, ¿para qué números *n* la factorización :

1. contiene exactamente dos factores?
2. contiene más de dos factores?
3. incluye a  como factor?

Por favor, explica:

**Discusión en el salón de clases de la Parte II A**

**Parte II, continuación (con papel y lápiz así como con calculadora)**

II(B) 1. Como con la Parte A precedente, cada una de las líneas de la tabla de abajo, debe ser completada en su totalidad (las tres celdas), una fila a la vez, antes de proceder a la fila siguiente. Trabaja de arriba hacia abajo.

Si, para una fila dada, los resultados de las columnas de la izquierda y de en medio difieren, reajústalas usando manipulaciones algebraicas pertinentes; escribe tu trabajo en la columna de la derecha.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Factorización usando papel y lápiz  | Resultado dado por el comando FACTOR  | Cálculos algebraicos para reajustarlas, si es necesario  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

II.(B).2. Con base en los patrones que observaste en la tabla II.B precedente, revisa (si es necesario) tu conjetura de la Parte A. Esto es, ¿para qué números *n* la factorización de :

i) contiene exactamente dos factores?

ii) contiene más de dos factores?

ii) incluye a  como factor?

Por favor, explica:

II(C) Sin usar tu calculadora, responde las siguientes preguntas:

1. La expresión: 

* 1. ¿contiene más de dos factores?
	2. incluye a  como factor?

Por favor, explica:

2. La expresión: 

1. ¿contiene más de dos factores?

ii) incluye a  como factor?

Por favor, explica:

3. La expresión: 

1. ¿contiene más de dos factores?

ii) incluye a  como factor?

Por favor, explica:

**Discusión en el salón de clases de la Parte II B y C**

**Parte III: papel y lápiz, tarea de desafío**

Explica por qué (*x* + 1) es siempre factor de  para valores pares de *n* ≥ 2.

|  |
| --- |
|  |

**Investigación opcional**

Considerando las diferentes expresiones polinómicas, que se han trabajado en esta parte, y que nuestro objetivo fue encontrar las raíces de esos polinomios, vayamos ahora al estudio de lo que llamamos “**raíces de la unidad**”.

Por ejemplo, calcula las raíces de la ecuación polinómica , la cual es equivalente a *x*4 = 1, se puede proceder mediante la factorización:

.

Esta factorización lleva a las soluciones: , ,  y , las cuales son cuatro raíces en el plano complejo.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Otro ejemplo: encontrar las raíces reales del polinomio *x*3 – 1 se reduce a resolver la ecuación , la cual puede ser resuelta usando el comando SOLVE. Sin embargo, también se pueden encontrar las raíces *complejas* de este polinomio, buscando las soluciones complejas de  mediante el uso del comando CSOLVE de la calculadora:



Esto es tanto como decir que la ecuación  es equivalente a

.

Nota que: ,  y *x3* =. Estos tres números complejos, *x*1, *x*2 y *x*3, llamados “*las tres raíces cúbicas de la unidad*”, son las tres soluciones de la ecuación , la cual es equivalente a *x*3 = 1. Entonces, las soluciones son las raíces cúbicas de 1. Estos tres números complejos tienen la propiedad de que ellos pueden ser localizados en el círculo unitario (i.e., el círculo centrado en (0, 0) cuyo radio es de longitud 1) en el plano complejo:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

En efecto, *x*2 y *x*3 son raíces del polinomio: *x*2 + *x* + 1. Esto es, ellas son soluciones de la ecuación *x*2 + *x* + 1 = 0. Más aún, el producto de cualesquiera de tales raíces complejas, siempre da como resultado una de esas raíces.

¿Se puede continuar de esta misma manera con otras expresiones desarrolladas hasta ahora?

¿Notaste cierta regularidad en la obtención de las raíces de la unidad?