Caractérisation d'une activité de CONTRÔLE en algèbre à travers différentes tâches

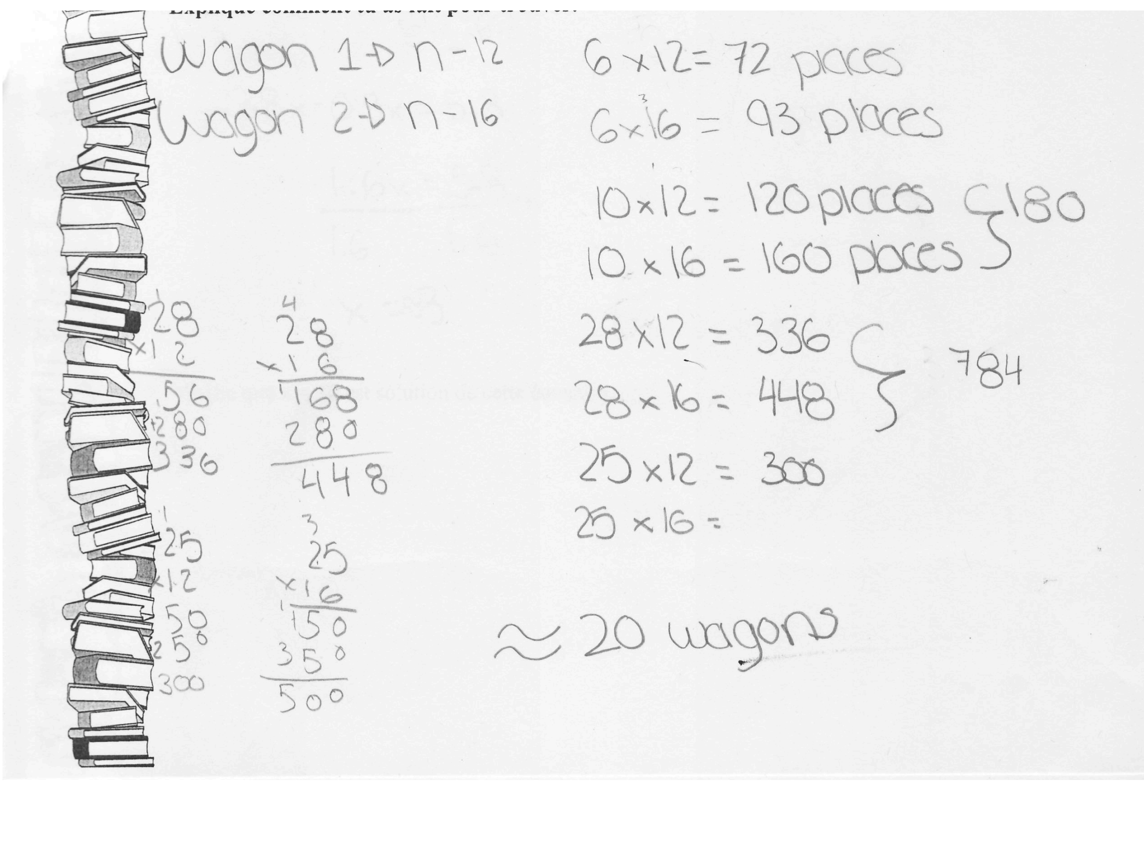
Pour chacune des tâches présentées :
a) Les résoudre en expert
b) D'après vous comment s'exerce le « contrôle » (analyse *a priori*).

1. <u>Le problème des trains</u>

Il y a 578 passagers à transporter entre 2 villes. On dispose de 2 trains pour le faire. Un des trains a uniquement des wagons à 12 places, et l'autre uniquement des wagons à 16 places. En sachant que les deux trains ont le même nombre de wagons, combien doit-on accrocher de wagons après chacune des 2 locomotives? (tiré et modifié de Bednarz, Radford, Janvier et Lepage, 1992).

Voici quelques productions d'élèves. Expliquez comment chacun de ces élèves a procédé pour résoudre. Identifiez des indices de contrôle ou de difficulté de contrôle.

Production de Stéphanie


Wagon 1 → n-12
Wagon 2 → n-16

6×12 = 72 places
6×16 = 93 places
10×12 = 120 places } 180
10×16 = 160 places
28×12 = 336 } 784
28×16 = 448
25×12 = 300
25×16 =

28 ×12: 56, 280, 336
28 ×16: 168, 280, 448
25 ×12: 50, 250, 300
25 ×16: 150, 350, 500

≈ 20 wagons

Production de Marie

Il y a 578 passagers à transporter entre 2 villes. On dispose de 2 trains pour le faire. Un des trains a uniquement des wagons à 12 places, et l'autre uniquement des wagons à 16 places. En sachant que les deux trains ont le même nombre de wagons, combien doit-on accrocher de wagons après chacune des 2 locomotives? (avec calculatrice)

Explique comment tu as fait pour trouver.

578 passagers

- 2T

T1 = 12p. par wag. + mm nb wagons

T2 = 16p.

~~578 = 12n + 16n~~

~~$\frac{578}{28} = \frac{28n}{28}$~~

~~20.6 = n~~

ça c'était bon!

~~578 = 12n + 16n~~

578 = 12n + 16n

$\frac{578}{28} = \frac{28n}{28}$

20.6 = n

T1 = 12 × 20.6 = 247.2 passagers

T2 = 16 × 20.6 = 329.6 passagers

rép: 20.6 wagons/trains

question existentielle: est-ce que dans les 578 passagers les chauffeurs comptent?? ou même s'il y a des chauffeurs, s'il y en a probablement un qui met le charbon, l'autre qui conduit et encore un autre qui sonne la cloche?!?

Production d'Élise

12x + 16x = 578

$\frac{28x}{28} = \frac{578}{28}$

x = 20.6

20.6 ÷ 2 = 10.3

Réponse: On devra accrocher 11 wagons sur chaque locomotive afin de transporter tous les passagers.

Production de Marielle

$$x \cdot 12 + x \cdot 16 = 578$$

$$12x + 16x = 578$$

$$\frac{28x}{28} = \frac{578}{28}$$

$$x = 20{,}64 \approx 21 \text{ wagons}$$

Rép. Environ 21 wagons par locomotive.

Production de Miranda

Explique comment tu as fait pour trouver. n = nombre de locomotives

$$(16n + 12n) = 578$$

$$\frac{28n}{28} = \frac{578}{28}$$

$$n = 20.6 \rightarrow 21$$

$$(16 \cdot 21) + (12 \cdot 21)$$

$$336 + 252 = 588$$ → Il y a 10 places de secours, puisqu'on ne peut faire des demis wagons

Réponse : On doit accrocher 21 wagons de 16 places et 21 de 12 places.

Production d'Anna

$12x + 16x = 578$

$\dfrac{28x}{28} = \dfrac{578}{28}$

$x = 20,64 \rightarrow 21$

$20,64 \cdot 12 = 247,68$

$20,64 \cdot 16 = 330,24$

$247,68 + 330,24 = 577,92$

Réponse : 21 wagons après chaque locomotive pour pouvoir entrer tout le monde.

Production d'Ingrid

$578 \div x = 12$

$\cdot x \qquad \cdot x$

$\dfrac{578}{12} = \dfrac{12x}{12}$

$48 = x$

$578 \div 16 = 36$

$16 \cdot 12 + 25 \cdot 16 = 592$

$44 \cdot 12 + 3 \cdot 16 = 576$

$\boxed{43 \cdot 12 + 4 \cdot 16 = 580} \rightarrow$ Rép-

$40 \cdot 12 + 5 \cdot 16 = 560$

$36 \cdot 12 + 8 \cdot 16 = 560$

$35 \cdot 12 + 10 \cdot 16 = 580$

$25 \times 12 + 21 \times 16 = 684$

$25 \cdot 12 + 12 \times 16 = 492$

Production de Cathy

578 ÷ 2 = 289 passagers

289 ÷ 12 = 24 wagons

289 ÷ 16 = 18 wagons

200 ÷ 12 = 17 wagons

378 ÷ 16 = 24 wagons

250 ÷ 12 = 21 wagons

328 ÷ 16 = 21 wagons.

RÉP : 21 wagons.

J'ai trouvé par essaie - erreur.

Production de Daniel

~~nb places par wagon ajouté à chacune des locomotives : 12 + 16 = 28 places~~

~~nb places pour chaque wagon : x = 12, x+4 = 16~~

~~578 ÷ (x + x + 4) = 578 ÷ (2x + 4) =~~

nb wagon : pour chaque locomotive

1e loco : $257 \div 12 = 21{,}41 \Rightarrow \boxed{21}$

2e loco : $321 \div 16 = 20{,}06 \Rightarrow 21$

nb places pour chaque locomotive :

1er loco. : $x = 256{,}88 \Rightarrow 257$ places

2e loco. : $x + \frac{1}{4}x = 1\frac{1}{4}x = 1\frac{1}{4} \cdot 256{,}88 = 321{,}1 \Rightarrow 321$ places

$$578 = x + 1\tfrac{1}{4}x$$

$$\frac{578}{2\frac{1}{4}} = \frac{2\frac{1}{4}x}{2\frac{1}{4}}$$

$$256{,}88 = x$$

2. *Des énoncés mathématiques*

Les énoncés suivants sont-ils toujours vrais, jamais vrais ou parfois vrais? Expliquez pourquoi.

a) $\dfrac{2x+1}{2x+1+7} = \dfrac{1}{8}$

b) $\dfrac{1}{6n} - \dfrac{1}{3n} = \dfrac{1}{3n}$

c) $(a^2 + b^2)^3 = a^6 + b^6$

Lire le texte de Lee et Wheeler (1989) qui présente les résultats de cette étude. D'après vous, comment s'exerce le contrôle ici?

3. Maggie et Sandra vont à une vente de disques. Maggie a 67$ en poche, et Sandra 85$. Sandra dépense 4 fois le montant de Maggie. Lorsqu'elles quittent la boutique, il leur reste le même montant d'argent en poche. Combien chacune d'elles a dépensé?

Deux composantes différentes du contrôle sont mises en évidence, une lors de la mise en équation et l'autre lors de la résolution d'équation. Pouvez-vous caractériser chacune de ces composantes?

Lire le texte de Cortés et Kavafian (1999) autour de la résolution d'équations. Décrire comment s'exerce une activité de contrôle dans la résolution d'équations.

4. Résoudre l'équation suivante :

$$(-3x - \sqrt{3}a + 3b)^2 + (-\sqrt{3}x - a + \sqrt{3}b)^2 = c$$

5. Sandra veut placer les nombres ci-dessous du plus petit au plus grand. Elle a réussi à le faire sans sa calculatrice! Peux-tu trouver de quelle façon elle a procédé?

$(-4,\overline{123})^{20}$ $\quad -4,\overline{123}^{26}$ $\quad -(-4,\overline{123})^{2}$ $\quad -(-4,\overline{123})^{31}$ $\quad -(-4,\overline{123})^{1635}$

6. <u>Problème café / croissants</u>

Au restaurant, un café et trois croissants coûtent 2,70$. Deux tasses de café et deux croissants coûtent 3$. Trois tasses de café et un croissant coûtent 3,50$. Trouve le prix d'une tasse de café et d'un croissant.

7.

a) Résoudre l'inégalité $0,2(0,4x+15)-0.8x \leq 0,12$

b) Vérifier que $x = 10$ est un élément de l'ensemble solution.

Lire le texte de Hitt (2004). Qu'est-ce qui ressort ici du point de vue du contrôle?

8.

a) x désignant un nombre réel quelconque, développer $(x+5)^2$.

b) Expliquer pourquoi $(x+5)^2$ est toujours strictement supérieur à $10x$.

Lire le texte de Jullien (1989). Quelles différences significatives du point de vue du contrôle peut-on relever entre la première et la deuxième question?

9. On considère l'expression
$A(x) = 7x(3x+4)+9x+12-2(3x+4)(x+3)$

a) Développer et réduire A(x). On obtient une expression D(x).
b) Factoriser A(x). On obtient une expression F(x)
c) En comparant D(x) et F(x), vérifier la factorisation et le développement.
d) Préciser dans chaque cas la forme A(x), D(x), F(x) qui vous semble la plus appropriée pour répondre à la question posée :

- Calculer la valeur de l'expression en 0, en 1, en -1, en 3/5, en 5.
- Trouver le signe de l'expression pour $x = 1/2$, pour $x = -10$.
- Donner un ordre de grandeur de A(10).
- Résoudre les équations $A(x) = 0$, $A(x) = -12$, $A(x) = 14x^2 + 11x + 4$

10. Calculer l'intégrale indéfinie : $\int \frac{xdx}{x^2-9}$