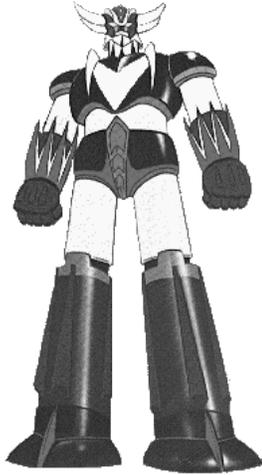


**Analyse d'une séance en classe sous l'angle du contrôle à deux niveaux :**  
- des indices de contrôle ou de difficultés de contrôle des élèves  
- des stratégies d'intervention mises en place par l'enseignante

### **Situation *Les Robots* (Confrey, 1994)**

#### **Les robots**



Un expert efficace travaille dans une usine de fabrication de robots. En cinq minutes, un robot construit une copie de lui-même et se déplace ensuite jusque dans une caisse où il est emballé pour être expédié vers l'extérieur. L'expert a une idée géniale et découvre une façon d'augmenter le rendement. Il fabrique un robot capable de construire deux de ses semblables en cinq minutes. Le robot-mère se déplace ensuite dans une caisse où il est emballé pour être expédié vers l'extérieur.

L'expert court voir sa supérieure pour lui expliquer qu'il a doublé la production et met en route le robot au préalable pour être à même de lui montrer sa nouvelle invention.

Lorsqu'il arrive, sa supérieure est en réunion, et il doit attendre trois heures avant de pouvoir la rencontrer. Quand elle est libre, l'expert lui explique son invention, celle-ci regarde l'horloge et court, alarmée, jusqu'à l'usine.

#### **Pourquoi panique-t-elle? Combien de robots l'expert s'attend-il qu'elle trouve?**

- 1) Résolvez le problème et relevez les composantes du contrôle que ce problème permet de travailler.
- 2) Les élèves ont été placés en équipes pouvant aller jusqu'à 4 personnes. Dans un premier temps, nous leur avons demandé de lire individuellement le problème, un élève étant par la suite désigné pour raconter dans ses propres mots la situation. Il leur a été également demandé, lors de la résolution, de ne pas effacer mais de barrer pour que nous puissions avoir des traces de leur raisonnement. Voici le verbatim de ce qui s'est passé en classe, quels indices de contrôle ou de difficulté de contrôle peut-on observer chez les élèves et quelles sont les stratégies d'intervention que met en place l'enseignante pour favoriser le développement d'un contrôle chez les élèves ?

<b>Sur l'entrée dans le problème des robots</b>	
<b>Extrait</b>	<b>Commentaires</b>
<p><b>Nadia</b> : je vous passe le premier problème. Voici comment ça fonctionne, le premier problème, je vais vous laisser un dix minutes, vous le lisez, on va vous demander si vous comprenez le problème</p> <p>et j'aimerais ça que vous écrivez votre solution. Fais que vous avez tout cet espace là, tout en arrière pour écrire. Si vous avez besoin d'une autre feuille... bon, ce n'est pas si long que ça quand même vous allez voir. Si vous avez besoin d'une autre feuille pour écrire d'autres choses parce que vous vous êtes dit « ça ce n'est pas bon, on barre puis on recommence, ok? » Puis là pendant ce temps là Mireille et moi on va se promener et on va regarder les différentes solutions, tout ça puis ça se peut qu'on vous donne une acétate pour écrire votre solution dessus</p> <p>mais on ne revient pas tout de suite sur ce problème là, c'est au prochain cours. Fait que ne vous demandez pas « c'est-tu bon c'est-tu pas bon, est-ce que je l'ai? » On ne vous répondra pas tout de suite. C'est correct? (8 mars, 6-18)</p>	
<b>Autour de la reformulation par les élèves</b>	
<p><b>Nadia</b> : Bon Claude, qu'est-ce que ça raconte, qu'est-ce que tu as compris? Qu'est-ce que ça dit cette affaire là? Dans tes mots.</p> <p><b>Claude</b> : c'est genre un expert là, il construit des robots.</p> <p><b>Nadia</b> : il construit des robots.</p> <p><b>Claude</b> : non mais... il est en train de construire un robot ça va valoir 5 minutes puis après ça il en construit un autre. Puis là le gars il a trouvé, genre, qu'un robot il peut en faire deux.</p> <p><b>Nadia</b> : ouais.</p> <p><b>Claude</b> : ok c'est ça. Ah ok, après il va voir sa supérieure puis elle</p>	

<p>est en réunion, puis il doit l'attendre trois heures, puis là la supérieure elle est alarmée. (8 mars, 39-48)</p> <p><b>Nadia</b> : Ok. Est-ce qu'il y en a qui veulent expliquer un peu mieux qu'est-ce que c'est qui se passe? Miranda?</p> <p><b>Miranda</b> : Ben en fait c'est que un robot ça va toujours comme se multiplier de plus en plus parce qu'un robot il va en fabriquer 2 puis après ça il va s'en aller mais les deux robots ils vont en fabriquer deux autres, fait que c'est ça. (8 mars, 50-54)</p> <p><b>Nadia</b> : ok. Est-ce qu'il y en a qui ont des questions là dessus, qui n'ont pas compris ce qui se passe ? Est-ce que vous avez compris ce que Miranda a dit, c'est clair ?</p> <p><b>Carmen</b> : la supérieure elle a peur qu'il y en ait trop c'est ça ?</p> <p><b>Nadia</b> : ah ben là je ne peux pas te répondre.</p> <p><b>Carmen</b> : oui mais c'est quoi le rapport, c'est quoi que ce serait ?</p> <p><b>Nadia</b> : il faut que tu relises tout est là dedans. (8 mars, 55-63)</p>	
--	--

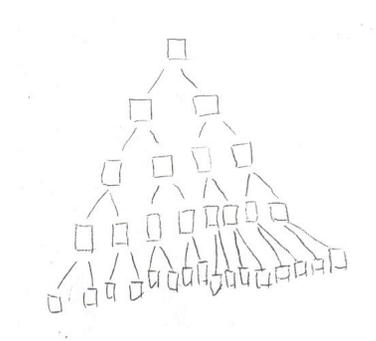
L'enseignante va conclure cette phase de formulation du problème et amorcer la phase de résolution.

<b>Conclusion sur la formulation et amorce de la résolution</b>	
<b>Extrait</b>	<b>Commentaires</b>
<p><b>Nadia</b> : bon, fait que vous répondez à la question, je pense que tout le monde a compris la situation. Vous répondez à la question, parlez-vous-en, essayez de déceler pourquoi elle panique, qu'est-ce qui se passe dans la situation. Vous trouvez une solution, vous écrivez tout. (8 mars, 65-68)</p>	

Les élèves résolvent le problème en équipe, nous circulons dans la classe, observant les stratégies utilisées et les échanges produits à l'intérieur des équipes. Leurs productions sont ensuite recueillies et nous retranscrivons sur un transparent (qui sera utilisé au prochain cours) les différentes démarches à des fins d'explication et de validation en grand groupe.

### Retour collectif sur le problème des robots

L'enseignante commence par dire aux élèves qu'elle a remarqué qu'une grande majorité d'entre eux étaient partis d'une représentation de la situation en arbre.



Mise en route du retour sur le problème des robots	
Extrait	Commentaires
<p><b>Nadia</b> : (...) je sais qu'il y en a beaucoup d'entre vous quand je me promenais vous avez commencé par faire un petit dessin pour comprendre un petit peu ce qui se passait, donc il y en a beaucoup on retrouvait des dessins comme ça (<i>Nadia montre sur acetate une représentation de la situation en arbre</i>). Et puis vous vous êtes peut-être aperçu que ça va être long de dessiner ça 36 fois parce qu'il y a 36 périodes de 5 minutes. Donc 36 périodes de 5 minutes fait que là il y en a qui se sont dits « ça va être long à dessiner », fait que là vous vous êtes mis à faire autre chose un peu plus... mathématique qui prenait moins de place aussi parce que ça c'est mathématique mais ça prend de la place quand même, ce n'est pas très efficace (15 mars, 14-25).</p>	

Le retour de l'enseignante se base sur les productions des élèves qui ont été analysées après la fin du premier cours

### Autour des productions des élèves :

Nous avons remarqué que 12 élèves sur 30 laissent les traces suivantes dans leurs copies : « elle panique car elle voit qu'il y a une surcharge de robots », « ...trop de robots », « ...beaucoup de robots », « ... un nombre gigantesque de robots ».

### Stratégie 1 (utilisée par deux équipes)

Handwritten student work showing a sequence of multiplications by 2, from 1 to 28. The calculations are written in a columnar format. Some numbers are underlined, and some have additional numbers written next to them. A circled number '68719476730' is written at the bottom of the calculations.

Les élèves écrivent après ces calculs :

« Nous remarquons que nous devons pendant 36 phases multiplier le chiffre par 2. Pour le total de tous les chiffres des autres phases en haut, tu enlèves un et tu sais le total avant le chiffre que tu as enlevé un. »

### Stratégie 2 (utilisée par 14 élèves)

$2^{36} = 68\,719\,476\,740$  ou  $6,871 \times 10^{10}$  ou  $68\,719\,476\,740\,000\,000\,000$  ou  $6,872$  (1 élève).



<p>48)</p> <p><b>Nadia</b> : j'ai eu ici des explications en mots « On doit pendant 36 phases multiplier le chiffre par 2 pour le total de tous les chiffres des autres phases en haut si tu enlèves 1 et tu sais le total avant le chiffre que tu as enlevé 1 ». Qu'est-ce que ça veut dire? Je ne sais pas qui a écrit ça là... Est-ce que la personne elle se reconnaît, elle ne veut pas le dire?</p> <p><b>Sandra</b> : non c'est moi, c'est correct, ça va aller.</p> <p><b>Nadia</b> : qu'est-ce que tu voulais dire là dedans Sandra?</p> <p><b>Sandra</b> : on a fait la liste tout le monde puis là... ben, on a fait fois 2, fois 2, fois 2 puis là on a multiplié et on a écrit ce que ça donnait puis là moi je devais faire (<i>on n'entend pas</i>) je me suis aperçue que le total de toute la série ça donnait le même chiffre que ce qui était en bas. Ce qui était en haut donnait le même chiffre que ce qui était en bas moins 1.</p> <p><b>Nadia</b> : moins 1 tout le temps, donc c'est ça que tu as écrit.</p> <p><b>Sandra</b> : ouais.</p> <p><b>Nadia</b> : ok. Fait ça fait du sens quand on voit toute ta série de chiffres là, mais là tout seul comme ça.</p> <p><b>Sandra</b> : ouais. (15 mars, 46-63)</p>	
---	--

Plus loin dans la séance, l'autre équipe ayant résolu en utilisant la stratégie 1 explicite sa démarche.

Extrait	Commentaires
<p><b>Nicolas</b> : ce qu'il faut faire c'est 2 à la 36 fois 2 moins 1.</p> <p><b>Nadia</b> : moins 1, ça ça va avec le moins 1 de Sandra tantôt c'est ça?</p> <p><b>Nicolas</b> : oui.</p> <p><b>Nadia</b> : ok. Pourquoi fois 2? Je te répète juste la question d'Émilie là.</p> <p><b>Nicolas</b> : parce que... moi j'ai fait tous les calculs, ensuite je les ai tous additionnés puis je me suis rendu compte que ça donnait</p>	

<p>toujours le chiffre d'après moins 1.</p> <p><b>Nadia</b> : ouais, ok. Ça c'est que Sandra disait tantôt « quand je les ai additionnés, je me suis aperçue que ça donnait toujours le chiffre d'après moins 1. »</p> <p><b>Nicolas</b> : donc après en avoir additionné une coupe je me suis dit que ça ne donnait rien de continuer donc j'ai fait la formule. (15 mars, 133-142)</p>	
--	--

L'enseignante revient ensuite plus particulièrement sur la stratégie 2 et l'interprétation du résultat obtenu avec la calculatrice.

### Retour autour de la stratégie 2

Extrait	Commentaires
<p><b>Nadia</b> : ok. Donc là le 2 exposant 36, ceux qui ont pitonné ça sur la calculatrice, ça donnait quelque chose qui ressemblait comme ça là. <i>Nadia montre sur l'acétate le résultat de cette opération :</i></p> <p style="text-align: center;"><math>2^{36} = 6.871947674 \cdot 10^{10}</math></p> <p><b>Nadia</b> : 6 virgule 87 quelque chose, puis là c'était peut-être pas toujours écrit comme ça là, des fois il y avait un petit 10 écrit en haut là. Donc ça c'est la notation scientifique on va en reparler plus tard dans l'année, mais ça veut dire qu'on fait fois 10 exposant 10 et là je vous avais marqué sur le tableau 10 exposant 10 qu'est-ce que ça voulait dire, ben c'est 1 avec 10 zéros après là, un gros méchant nombre. <u>Fait que quand je fais 10 exposant 10, ça veut dire que je multiplie par 10 tout le temps, donc ça faisait un gros gros nombre de robots et c'est pour ça que la madame elle était inquiète.</u> (64-73)</p>	

Nadia présente également quelques démarches erronées à des fins de validation en classe.

### Autour des démarches erronées

Extrait	Commentaires
<p><b>Nadia</b> : On a eu d'autres choses aussi, il y a des gens qui ont une formule comme ça là <math>36n</math> fois 2 ou <math>(2n)</math> fois 39. (...) Est-ce que ça c'est bon cette formule là? Moi je vous pose cette question, on a eu ces formules là qui sont apparues, est-ce que ces formules là sont bonnes pour calculer le nombre de robots? Pourquoi? Sam toi tu dis non. Pourquoi elle</p>	

n'est pas bonne?

**Sam** : la première je ne sais pas  $((2n).39)$ , mais la dernière  $(36^2)$  c'est sûr qu'elle n'est pas bonne.

**Nadia** : la dernière n'est pas bonne pourquoi? *(Nadia montre la deuxième formule).*

**Sam** : c'est 2 à la 36 et non 36 à la 2, sinon ça ne peut pas marcher.

**Nadia** : 2 à la 36 et 36 à la 2 ce n'est pas pareil, vraiment pas là, on voit la différence entre les deux réponses. *(Nadia montre les deux résultats sur l'acétate :  $36^2=1296$  et  $6,87.10^{10}$ ).* Oui, Christine.

**Christine** : mais pourquoi 2n entre parenthèses fois 39? D'où il vient le 39?

**Nadia** : bon, c'est quoi ce 39? Il vient d'où? Peut-être que la personne elle a mal calculé combien qu'il y avait de 5 minutes en 3 heures, ça c'est une affaire. Mais pourquoi ce n'est pas 2n pourquoi c'est... 2n ça voudrait dire quoi?

*Silence dans la classe.*

**Un élève** : deux fois... *(il s'arrête là).*

**Nadia** : deux fois le nombre de...

**Miranda** : ben deux fois le nombre de robots qui se sont faits par robot...

**Nadia** : ouais....

**Christine** : mais il y a le nombre de périodes après, 39.

**Nadia** : ben le « n » ça veut dire quoi vous pensez? C'est un nombre de quelque chose, il faut que ce soit un nombre de robots, êtes-vous d'accord? Fait ça ça représente quoi d'abord cette formule là dans la situation, ça dit quoi?

**Christine** : deux fois le nombre de robots par 39 minutes, ben...

**Nadia** : ok, fait qu'on fait deux fois le nombre de robots, est-ce que c'est logique? *Silence.* Ben on fait deux fois le nombre de robots à chaque fois non? Et le fois 39 c'est... mettons

<p>le nombre de périodes de 5 minutes donc ils font 39 fois, je double 39 fois les... robots, est-ce que c'est bon cette formule là ou ce n'est pas bon?</p> <p><b>Sam</b> : c'est pas bon. (<i>Il parle très doucement, Nadia ne l'entend pas, mais il parle à côté de la caméra</i>).</p> <p><b>Nadia</b> : qu'est-ce qui ne marche pas avec et si c'est bon pourquoi?</p> <p><i>Silence dans la classe.</i></p> <p><b>Nadia</b> : c'est-tu bon ou c'est pas bon le 2n.39? Ou bien le 36n.2, ça revient au même, les deux dans le fond c'est la même chose, c'est-tu bon ou c'est pas bon?</p> <p><i>Silence dans la classe.</i></p> <p><b>Nadia</b> : toi tu dirais oui. Il y en a d'autres qui appuient Christine, c'est-tu bon ou ce n'est pas bon? Vous avez 50% de chances de l'avoir. Oui, François?</p> <p><i>Les élèves commencent à parler...</i></p> <p><b>François</b> : non ce n'est pas bon.</p> <p><b>Nadia</b> : pourquoi ce n'est pas bon?</p> <p><b>François</b> : trop long à expliquer là.</p> <p><i>Des rires.</i></p> <p><b>François</b> : parce que le 2n tu ne le multiplies pas à chaque fois, à la place tu multiplies par 39.</p> <p><b>Nadia</b> : ouais.</p> <p><b>François</b> : juste à la place de multiplier à chaque fois, puis ça donne un plus gros nombre, tu multiplies juste par 39, ça donne un plus petit résultat. (15 mars, 74-126).</p>	
--	--

L'intervention de François amène l'enseignante à revenir à l'écriture  $2^{36}$  à des fins de validation en classe.

### Deuxième retour autour de la stratégie 2

Extrait	Commentaires
<p><b>Nadia</b> : ok et l'autre là haut? Là c'est 2 exposant 36. Oui, Nicolas?</p>	

<p><b>Nicolas</b> : c'est pas bon.</p> <p><b>Nadia</b> : c'est pas bon, vas-y pourquoi.</p> <p><b>Nicolas</b> : parce que <u>ça donne juste la dernière série de robots qui a été construite.</u></p> <p><b>Nadia</b> : ça donne juste la dernière série de robots qui a été construite, ça veut dire que je multiplie par 2 la dernière série de robots que j'ai... ok, ok... (15 mars, 127-132)</p>	
---	--

L'intervention de Nicolas repose sur une stratégie utilisée juste par 2 élèves :

il n'attend de trouver 137438953600 robots

$(60 \cdot 3) \div 5 = 36$        $2^{36}$  robots produits en bout de ligne

à chaque 5 min les robots se multiplient deux fois

~~pour savoir combien de robots il y a non-expé~~

~~on doit soustraire les robots qui sont expédiés~~

on doit additionner tous les robots produits:

$1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 \dots + 2^{36}$

### Autour de cette stratégie

Extrait	Commentaires
<p><b>Nicolas</b> : c'est bon mais c'est long.</p> <p><b>Nadia</b> : c'est bon mais c'est long. Mais est-ce que c'est vrai qu'il faut additionner tous les robots?</p> <p><i>Certains élèves font signe que oui avec la tête.</i></p> <p><b>Nadia</b> : oui hein? Parce que sinon on aura juste la dernière bache de robots qu'on aura faites, on n'aura pas tous les autres avant. Christine, as-tu une question, un commentaire?</p> <p><b>Christine</b> : je ne sais, je ne suis pas sûre mais je ne pense pas que c'est bon parce que... on additionne à chaque fois le 2 à la 1, 2 à la 2, 2 à la 3...</p> <p><b>Nadia</b> : ouais.</p> <p><b>Christine</b> : et à la fin on arrive à 2 à la 36 mais 2 à la 36 ce n'est pas le nombre de robots qu'il y a eu?</p> <p><b>Nicolas</b> : c'est dans la dernière série, dans les derniers robots.</p> <p><b>Nadia</b> : qu'est-ce qu'on pourrait faire pour</p>	

<p>répondre à notre affaire, pour savoir si c'est bon ou si ce n'est pas bon là? Pourrait-on faire quelque chose pour vérifier? Parce que Christine elle n'est pas sûre, elle dit peut-être que...non j'ai juste besoin de ça, puis là on dit qu'on pourrait additionner, fait que comment on pourrait être sûr. Qu'est-ce qu'on pourrait faire comme stratégie pour essayer d'être sûr de ça? Nicolas?</p> <p><b>Nicolas</b> : on pourrait comparer nos premiers calculs à notre dessin.</p> <p><b>Nadia</b> : on pourrait comparer nos premiers calculs à notre dessin, ça c'est bon. (15 mars, 150-170)</p>	
--	--

La chercheuse revient au contexte et au support de la représentation visuelle.