

Une leçon sur les inéquations au Japon Étude TIMSS (Carolyn Kieran)

Leçon de 55 minutes (nous visionnerons une trentaine de minutes).

Nous utiliserons :

P : Professeur

E : élève

P : Ok, maintenant commençons.

E : Levez-vous. Saluez. Onegai//Shi//masu

Élèves : Onegaishimasu.

T : Onegaishimasu. Ok, maintenant ouvrez vos documents de travail. OK, ce sont les problèmes que nous allons faire aujourd'hui. Ok... euh...

P : Ça fait un mois depuis que la mère d'Ichiro est entrée à l'hôpital. Euh. Il a décidé d'aller prier avec son petit frère à chaque matin à un temple près de chez lui afin qu'elle guérisse rapidement. Euh... Il y a dix-huit pièces de dix yens dans le porte-monnaie d'Ichiro et seulement vingt-deux pièces de cinq yens dans celui de son petit frère. Ils ont décidé à chaque fois de prendre chacun une de leurs pièces et de la mettre dans la boîte à offrandes et de continuer leurs prières jusqu'à ce que leur porte-monnaie soit vide. Un jour, après avoir fait leurs prières, quand ils ont regardé chacun leur porte-monnaie le plus petit frère avait une plus grosse somme d'argent qu'Ichiro. Combien de jours se sont écoulés depuis qu'ils ont commencé à prier?

Étape : explicitation autour du problème

P : C'est ça le problème. À présent, je pense qu'il y a certains points qui sont peut-être un peu trop difficiles à comprendre juste avec des phrases alors et bien... j'aimerais qu'on jette un coup d'œil à une figure et qu'on regarde ça. Maintenant portez attention au tableau. Ok, voici le porte-monnaie d'Ichiro. Ok? Euh, ensuite... Ok. Ici nous avons le porte-monnaie du petit frère. Nous avons aussi la boîte à offrandes, ça va? Ok? Maintenant, nous allons d'abord commencer par regarder le porte-monnaie d'Ichiro. Ok? Ok? Si on regarde, on se rend compte qu'il y a seulement des pièces de 10 yens, vrai? Combien y a-t-il dans le porte-monnaie pour commencer? Combien y a-t-il d'argent?

E : 180 yens.

P : oui. Ok, la quantité d'argent au départ. Comparons ceci à l'avoir du petit frère. Il a seulement des pièces de 5 yens, mais combien a-t-il dans son porte-monnaie?

E : 110 yens.

P : oui, c'est ça, 110 yens, ceci signifie qu'Ichiro a... ok? En ce qui concerne la quantité d'argent il en a plus, ça va? Ensuite, euh, après ça. Ok? À chaque matin euh ils ont pris une pièce de chaque porte-monnaie et... Ok? Ils les ont déposés dans la boîte à offrandes,

ça va? Maintenant, d'abord le premier jour, ok, 10 yens du porte-monnaie d'Ichiro et 5 yens d'ici. Ok. Maintenant on les prend ici et on les place dans la boîte à offrandes.

E : Wow c'est bien.

E : c'est merveilleux.

P : Ok, ils sont rangés ici, OK? Est-ce que c'est correct?

E : ils sont à l'intérieur.

P : Oui. Ok alors qu'en est-il à cette étape-ci? Entre le porte-monnaie d'Ichiro et celui de son petit frère. Le contenu du porte-monnaie, lequel a le plus en terme de quantité d'argent?

E : le frère le plus vieux.

T : Hmm.

E : Ichiro.

P : Oui. Ichiro en a plus, ça va? Ok. Ensuite le deuxième jour, ok, évidemment oui? Ils mettent les pièces ici. Qu'en est-il à cette étape ici?

E : Ichiro.

P : Hmm. Ichiro en a encore plus hein? Ok? Maintenant ils continuent ceci à chaque jour, Ok? Mais un bon matin... euh... ils se sont montré l'intérieur de leur porte-monnaie. Ça va? Le petit frère avait alors plus d'argent. Maintenant que cette journée est arrivée, combien de jours se sont écoulés depuis qu'ils ont commencé à prier? À présent j'aimerais que chacun y réfléchisse. Ensuite, euh, dans l'espace libre... et bien cette partie nous allons l'écrire un peu plus tard alors n'importe où, ailleurs qu'ici c'est correct alors ok? Vous pouvez vouloir prendre des notes ou autre chose alors s'il vous plaît essayez de le faire.

E : où allons-nous l'écrire?

Étape : pendant que les élèves tentent de résoudre le problème, l'enseignant circule dans les rangées, on entend les propos suivants :

P : Hm à côté c'est correct. Masa tu l'as fait jusqu'à la deuxième journée? Ensuite à la troisième journée qui a plus? Celui-ci a plus? Puis qu'en est-il de la quatrième journée? Si tu continues à le faire comme ça? C'est bien. Maintenant tu vois? Tu l'as fait jusqu'au deuxième jour? C'est ça? Ensuite, qu'en est-il du troisième jour? Dans le même ordre d'idées, essaies de penser à ce qu'il en est à la quatrième journée. Fais-le de la même manière ici, Ok? Et bien tu vois? Jusqu'au deuxième jour celui-ci a plus, avait plus, vrai? Ensuite au troisième jour qui a plus? Ok? Combien est-ce que ce sera? Et si c'est la troisième journée? Ok, fais-le comme ça puis décide de la réponse, Ok? Est-ce que c'est 180 yens c'est ça? Est-ce que tu en as résolu au moins un? Jusqu'où tu t'es rendu?

E : Uh, en quelque sorte.

P : Hm, Qu'est-ce que tu veux dire? Est-ce que tu as effacé cela?

E : oui j'ai effacé ça.

P : Hm, Tu as effacé le premier jour. Ok. Qu'en est-il alors du deuxième jour?

E : j'ai fait ça comme ça.

P : Hm.

E : les 10

P : alors essaie de mettre les dates ici. Ok. Ok. Comment as-tu obtenu ceci?

E : j'ai compté d'un bout à l'autre.

P : Oh, tu l'as compté d'un bout à l'autre. Hm... Maintenant eh bien y a-t-il une méthode plus simple pour le trouver? Peux-tu s'il te plaît trouver ça? Est-ce que tu l'as trouvé? Alors c'était plutôt fastidieux de compter ceux-ci, vrai? Y a-t-il une méthode pour le trouver plus rapidement? Ok pouvez-vous trouver ça? Maintenant ceci est également une des méthodes vrai? Alors il est fastidieux de compter ceux-ci, ça va? Y a-t-il une méthode pour trouver la réponse plus rapidement? S'il te plaît, pense-y. Maintenant si tu as trouvé la réponse par une méthode. OK, n'y a-t-il pas d'autres méthodes? Oh, maintenant c'est correct, tu peux laisser ça. Oh. Ensuite sans utiliser le... semblerait que tu puisses le faire même avec ceci et ceci, vrai? Oui alors rapidement, Ok? Mets les symboles en bas sur ceci. Hein? Peux-tu arrêter pour un moment? Qu'est-ce que ce y? Ceci? Ce $180 - 10x$ est... argent, est-ce... C'est à?

E : Ichiro.

P : oui, c'est à Ichiro... alors qu'en est-il du petit frère? Tu vois? Combien y a-t-il dans cela? Maintenant et bien tu peux le trouver ainsi de cette façon. Mais peux-tu penser à d'autres méthodes qui te permettraient de le trouver plus rapidement? Cette personne c'est Ichiro vrai? Oh, ceci est au petit frère, ça va? Alors il semblerait que tu puisses le faire en utilisant ceci, Ok? Oh tu l'as jusqu'ici? Ok? Ceci ce fut obtenu en combien de jours? Ok c'était à la douzième journée vrai? Ensuite peux-tu le faire un peu plus? Ok? Ensuite si tu essaies de combiner ceci et cela alors tu peux faire une équation. Ok? Est-ce que c'était quelque chose comme une équation? Peux-tu le faire sans utiliser le y? Oh, Tu les as combinés, c'est ça? Es-tu en train de parler de ceci?

E : ceci est... et bien 140 yens.

P : Hm et par ici qu'en est-il?

E : ici c'est aussi 90 yens

P : et comment as-tu obtenu cette valeur?

E : heu.. et bien...

P : hm..

E : tu soustrais 10 yens à chaque jour.

P : oui.

E : par ici à chaque jour.

P : oui.

E : tu soustrais 5 yens.

P : oh c'est cela hein? Et tu as obtenu cela à partir de la table c'est ça?

E : oui.

P : est-ce que ceci ne se trouverait pas par calcul? Oh tu as formé une équation simultanée, c'est ça? Ok. Alors ceci Ok? Peux-tu essayer de penser si ça peut être trouvé en formulant une équation? Et celui-là aussi peux-tu essayer de penser s'il peut être trouvé en formulant une équation? Oh tu as fait une équation comme ça, hein? En fait tu as compté tout le long, c'est ça? Après je vais te faire venir en avant... Je compte sur toi, Ok? Tu as continué en résolvant ceci? Ok. Ensuite tu as fait ceci en créant une équation avec x et y , vrai? Oui. Alors Karata est-ce que cette partie tu viendrais en avant pour le présenter un peu plus tard? Est-ce que tu pourrais écrire cette partie et aussi cette partie? Le reste est correct avec... Est-ce que c'est terminé ici (Mochihi)? Est-ce que tu pourrais présenter cette partie?

E : est-ce que je vais devoir l'écrire?

P : oui s'il te plait, écris-le pour qu'on voit que tu as pensé de cette façon, OK? Ensuite Egawa, Ok? Cette équation je vais te demander de la présenter plus tard.

E : ceci comment appelle-t-on ceci?

P : hm... ceci est plus petit que...

E : quoi?

P : plus petit que...

E : plus petit

P : ensuite s'il te plait pense a priori pourquoi tu as formulé une équation comme ça.

Étape : Retour

P : Alors est-ce que vous pourriez lever la tête? Bon quand j'ai regardé un peu alentour juste à l'instant il y a des personnes qui ont fait différentes techniques de résolution. Il semblerait que certaines personnes aient trouvé 2 ou 3 techniques par eux-mêmes, hein? J'aimerais que Watanuki, s'il te plait viens en avant.

Autour de la solution de Watanuki

E : je le mets dedans, c'est ça?

P : ah, ah...

E : c'est beaucoup plus vite si on met plusieurs dedans à la fois. Ah, ah... Il y a plusieurs pièces de 10 yens puis en dernier les pièces de 5 yens vont dedans. Elles dépassent... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.... Environ autant que ça.

P : quelle journée est-ce que c'est ça?

E : la 15^{ième} journée.

P : Ok qu'en est-il? Pour la méthode de Watanuki, les personnes qui l'ont fait ont vérifié en dessinant des lignes comme ça, Ok? En le faisant comme ça et bien la réponse est le 15^{ième} jour, ils l'ont obtenu comme ça, Ok? Levez la main les personnes qui l'ont fait avec cette méthode.

Autour de la solution de Kurata

P : Continuons, Kurata. Écris-le dans ce coin-ci, la partie supérieure. Peux-tu dire comment tu as pensé et aussi combien de jours se sont écoulés depuis que...

E : comme en fait ils ont mis à l'intérieur de la boîte à offrandes une pièce d'argent chacun en une journée alors si on fait d'une manière ordonnée ce nombre de jours et aussi l'argent qui reste un par un. À la 15^{ième} journée le petit frère a plus.

P : Ok ceci signifie que la réponse est...

E : le quinzième jour.

P : Ok, c'est bon. Dans ce cas il l'a fait en utilisant un graphique ça va? Levez la main ceux qui l'ont résolu de cette façon.

Autour de la solution de Mochihi

P : Ensuite pour continuer Mochihi.

S : mon écriture n'est pas belle.

P : alors s'il te plaît explique-le.

E : et bien au début Ichiro avait 180 yens et son petit frère avait 110 yens et comme il y a une différence de 70 yens et comme la différence devient plus petite de 5 yens à chaque jour c'est 70 divisé par 10 moins 5. Et comme par le 14^{ième} jour ça devient exactement la même quantité d'argent alors comme le jour après il y aura une différence... alors 14 + 1 donne 15 c'est la 15^{ième} journée.

P : Ok, au commencement il vient juste de le dire. Il y a une différence de 70 yens. Dans cette expression cela devient 65 yens, ensuite 60 yens ça va, comme ça diminue... par 5 yens alors il l'a obtenu en remarquant ceci OK? Ceux qui l'ont également essayé avec cette méthode? Une, deux personnes.

Autour de la solution de Emi Watanbe

P : OK, on continue Emi Watanbe. Ok bon. Est-ce que tu pourrais l'écrire alentour? C'est correct de ne pas écrire toutes les lignes de l'équation.

E : est-ce que c'est correct avec ça?

O : oui. Si tu peux écrire la quantité pour x et la réponse... Ok.

E : et après que j'ai écrit la réponse avec x et y ?

P : c'est cela.

E : au début Ichiro avait 180 yens et comme il prend une pièce de 10 yens chaque jour alors... et prenons x comme le nombre de jours et si on rend la quantité d'argent qui reste en y alors ça devient l'équation y égale 180 moins $10x$ alors... et le petit frère 110 yens à chaque jour. Il a 110 yens et comme il prend 5 yens à chaque jour alors ça devient l'équation y égale 110 moins $5x$ et on obtient quand ils deviennent la même quantité d'argent et x et y deviennent 14 et à la 14^{ième} journée ils ont la

même quantité d'argent et le jour suivant comme Ichiro dépose 10 yens et son petit frère dépose 5 yens alors la différence... la quantité d'argent mise dedans par Ichiro est plus petite... Oh c'est plus grand alors le jour suivant la quantité d'argent qui reste à Ichiro est plus... ça devient alors le 15^{ième} jour.

P : Ok, elle l'a fait en utilisant exactement les lettres, celle qu'on appelle x est...? Le jour où c'est devenu exactement ok? La même quantité d'argent, elle y a pensé à partir de ce fait, OK? x est le jour où la quantité d'argent devient la même, elle pose y comme l'intérieur du porte monnaie pour cette première journée, ça va? Il semblerait qu'il y a des personnes qui ont écrit ceci égale cela. Des équations simultanées ou alors une seule équation avec juste x . Ceux qui l'ont fait en utilisant des choses comme ça pouvez-vous lever la main?

Autour de la solution d'Egawa

P : Egawa peux-tu venir au tableau? Pourrais-tu présenter l'équation juste ici?

E : plus petit, plus petit...

P : plus grand que...

E : $180 - 10x$ plus petit que 110 moins $5x$.

P : ensuite est-ce que tu peux dire pourquoi tu as obtenu une équation comme ça?

E : celui qu'on appelle x est... cette journée après qu'ils ont fini leurs prières et... cette journée là comme la quantité d'argent du petit frère est plus grande que celle de son grand frère ben la quantité d'argent d'Ichiro est... avait 180 yens... le fait que la quantité d'argent du petit frère est plus que celle d'Ichiro et la personne qui avait 180 yens est la quantité d'argent que le petit frère avait au début. Alors la quantité d'argent du petit frère est plus grande et celle d'Ichiro est plus petite.

P : Ok c'est correct. Il y avait un certain nombre parmi vous qui avait formé des équations ou des équations simultanées, alors à présent il y en a parmi vous qui viennent juste d'écrire quelques équations. Mais maintenant ce x est placé un peu différemment, vrai? Est-ce qu'il y a quelqu'un d'autre qui a formé des équations comme ça? Dans la dernière situation vous avez placé x comme étant le jour où c'est devenu la même quantité d'argent, comparativement à ce qu'il vient de dire le jour où la quantité d'argent du petit frère est plus grande est x jours plus tard. Est-ce que des équations comme ça sont correctes? En fait ce sont celles que nous allons utiliser à partir de maintenant. Des équations qui utilisent des symboles comme ça ce sont des inégalités...