#### F. BELLEMAIN ET B. CAPPONI

#### SPECIFICITE DE L'ORGANISATION D'UNE SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT LORS DE L'UTILISATION DE L'ORDINATEUR

### SPECIFICITIES OF THE ORGANIZATION OF A TEACHING SEQUENCE USING THE COMPUTER

ABSTRACT. Starting from didactical theories pertaining in France, the paper relates:

- a description of the specific problems due to computer-use in the classroom. The paper in detail analyses problems related to the teachers' way of managing the learning process and the elaboration of class situations that allow pupils to acquire new knowledge which can then be used in an environment different from the software environment.
- the presentation of the choices made to cope with these problems. The choices are illustrated by a sequence dealing with the pupils' acquisition of geometrical properties of the axial symmetry during the use of the microworld Cabri-géomètre.
- the observations made during this sequence which allowed us to evaluate the problems and potentials of the choices.

RESUME. S'appuyant sur un cadre théorique didactique d'inspiration française, cet article relate:

- la description des problèmes spécifiques posés par l'introduction de l'ordinateur dans la classe. Ces problèmes sont à la fois relatifs à la gestion par l'enseignant de la classe et à l'élaboration de situations permettant à l'élève de construire grâce à l'ordinateur de nouvelles connaissances qu'il puisse réinvestir dans la résolution de problèmes issus d'environnements différents de celui du logiciel.
- la présentation des choix effectués en réponse à ces problèmes. Ces choix sont présentés au travers de l'exemple de la construction d'une séquence d'enseignement visant l'acquisition par des élèves de propriétés géométriques de la symétrie orthogonale au cours de l'utilisation du micromonde Cabri-géomètre.
- les observations effectuées lors de la mise en œuvre de la séquence qui permettent d'évaluer les problèmes posés par l'introduction de l'ordinateur dans la classe et de tester la pertinence des choix entrepris.

#### INTRODUCTION

L'utilisation de l'ordinateur dans l'enseignement revêt un double aspect. Ainsi, un grand nombre d'enseignants, de chercheurs et de personnes qui gravitent autour de la formation en général sont convaincus que l'informatique peut rendre de grands services pour l'apprentissage, comme elle le fait dans de nombreux autres domaines. Cependant, parmi les multiples expériences d'utilisation de logiciels, peu ont mis en évidence l'intérêt d'une telle utilisation dans l'enseignement, et beaucoup ont constitué des échecs relatifs.

Il existe de multiples raisons expliquant ces échecs. Certaines d'entres elles tiennent aux critiques que l'on peut exprimer relativement aux logiciels utilisés. C'est ainsi qu'il apparaît que la complexité des commandes d'un logiciel peut en rendre l'utilisation difficile à gérer dans une classe. L'apprenant risque d'être plus conduit, dans la manipulation de tels outils, à davantage résoudre des problèmes spécifiques à l'utilisation d'une machine que des problèmes liés aux notions dont l'apprentissage est visé. La rigidité des situations proposées par certains logiciels rend parfois problématique l'utilisation de tels outils, parce que difficile à adapter aux spécificités de chaque classe.

Certaines difficultés sont aussi apparues parce que la spécificité de l'introduction de l'ordinateur dans une classe n'a pas toujours été suffisamment prise en compte. En particulier, les problèmes de communication avec la machine ou les problèmes liés au fonctionnement des systèmes informatiques confèrent aux tâches proposées aux élèves dans un environnement informatique une nature différente de celles posées dans d'autres environnements. De même les changements qu'apporte l'introduction de l'ordinateur dans les interactions entre enseignants et élèves est un élément nouveau à prendre en compte dans l'organisation de l'apprentissage. Cette introduction, parce que l'ordinateur prend en charge certaines tâches, permet notamment à l'enseignant de ne pas toujours prendre de décision relativement à la validité de certaines actions de l'élève et de laisser à celui-ci la responsabilité d'une telle décision.

La gestion de la classe doit donc être différente lorsqu'intervient l'ordinateur, et en particulier, le rôle de l'enseignant doit changer (Fey, 1989) et peut consister, plutôt qu'en la validation d'actions de l'élève, en la négociation d'un nouveau contrat didactique et/ou en l'institutionnalisation de nouvelles connaissances acquises.

L'objectif de la recherche présentée ici est:

- de chercher à décrire les nouveaux problèmes posés par l'utilisation de l'ordinateur dans un cadre théorique didactique existant,
- de présenter les choix qui peuvent être faits en réponse à ces problèmes à l'aide de l'exemple de la construction d'une séquence d'enseignement visant l'acquisition par des élèves de propriétés géométriques de la symétrie orthogonale au cours de l'utilisation du micromonde Cabrigéomètre (Baulac, Bellemain, Laborde, 1988),
- d'évaluer la pertinence de ces choix en rendant compte de la mise en œuvre de cette séquence.

#### I. LE CONTEXTE THEORIQUE

#### 1. Le domaine géométrique

L'enseignement de la géométrie constitue un domaine privilégié pour les recherches en didactique incluant l'utilisation de l'ordinateur. Les raisons de cet intérêt tiennent pour beaucoup à l'existence dans ce domaine de multiples représentations pour lesquelles les possibilités graphiques de l'ordinateur peuvent être d'un apport spécifique. Une nouvelle étude dans ce domaine peut ainsi prendre appui ou déboucher sur des comparaisons avec des observations déjà effectuées dans d'autres environnements.

Ces représentations, en organisant et schématisant des données issues de l'observation de l'espace physique, permettent en particulier d'établir des liaisons entre des données perceptives issues de cette observation et des éléments théoriques appartenant au modèle géométrique. Ainsi semblent-elles constituer un bon moyen permettant de faire émerger et fonctionner les notions géométriques, parce qu'elles leur donnent du sens pour l'élève et parce que leur observation peut fournir des schémas de démonstration ou permet une validation pragmatique d'assertions élaborées dans le modèle théorique.

Cependant, bien que les représentations graphiques ne constituent qu'une instanciation d'objets théoriques du modèle géométrique et ne peuvent donc fournir de preuves à des assertions élaborées dans ce modèle, la perception et l'observation de faits particuliers sur une figure suffisent à convaincre l'élève de la validité de ces faits et semblent ainsi le conduire à résister à la manipulation d'outils mathématiques généraux.

L'enseignant se trouve ainsi confronté à la difficulté de définir le rôle que doivent jouer les représentations graphiques dans l'apprentissage de la géométrie. Cette difficulté apparaît comme étant difficile à gérer ainsi qu'en témoigne l'importance variable accordée selon les différents programmes scolaires à ces représentations graphiques. Cependant, l'échec de la réforme des années 70 des mathématiques dites modernes, réduisant l'intervention de ces représentations dans l'enseignement de la géométrie, nous convainc de l'importance du rôle qu'elles peuvent jouer dans la mise en évidence des notions géométriques.

Nous faisons ainsi l'hypothèse que l'utilisation et l'exploration des figures doit favoriser la construction de connaissances chez l'élève. Cependant, comment organiser une telle exploration pour que l'élève puisse en extraire des informations pertinentes relativement aux notions géométriques concernées? Et comment favoriser ensuite la remise en cause éventuelle des

observations qui y sont faites et la manipulation par l'élève d'outils mathématiques?

En effet, on ne peut envisager que l'élève ait la même volonté de mathématisation que les géomètres, qu'il s'engage dans une recherche systématique de propriétés géométriques et une mise en évidence de conjectures au cours de la seule observation de figures comme le ferait le mathématicien. Les propriétés géométriques qui peuvent être mises en évidence dans une figure ne la concernent pas seulement, mais concernent aussi toute une classe de figures. Le mathématicien sait faire l'abstraction nécessaire et dégager des observations pertinentes portant sur des propriétés géométriques. Il ne raisonne pas seulement sur une figure, mais considère une classe de figures. Il sait faire la part entre l'anecdotique lié à une figure particulière et le général valide sur une classe de figures. L'élève ne fait pas nécessairement cette distinction et n'est pas toujours à même de déterminer, parmi un ensemble d'observations qu'il peut faire à propos d'une figure, celles qui sont pertinentes, d'autant que cette pertinence dépend du contexte dans lequel il utilise la figure (dessin technique, géométrie affine, géométrie métrique, etc.) (Laborde, 1990, p. 342). Il ne fait pas non plus à propos de figures les mêmes observations que le mathématicien ou l'enseignant. Il n'a pas souvent la même approche analytique des figures que ces derniers (Gurtner, Hillel, et Kieran, 1989, p. 2). Il en a au contraire une approche plus globale qui peut être analysée en termes de forme (Duval, 1988). Il n'est pas non plus nécessairement guidé par une problématique de recherche d'invariants dans des classes de figures.

La mise en évidence de propriétés d'une figure semble indissociablement liée à la conceptualisation de la notion de classe de figures. Pour parvenir à conduire l'élève à élaborer des conjectures à propos de figures géométriques, nous avons construit une séquence sur la notion de symétrie orthogonale incluant l'utilisation du logiciel Cabri-géomètre. Ce dernier propose en effet des outils pour l'exploration de figures et permet notamment d'obtenir à l'écran de l'ordinateur les différentes figures qui peuvent être construites à partir d'un même ensemble de données formelles (voir description du logiciel au paragraphe II). Par cette possibilité d'accéder à une multitude de figures respectant le même ensemble de données formelles, l'élaboration de conjectures à propos de ces figures est favorisée par la reconnaissance perceptive d'éléments invariants entre celles-ci.

De tels micromondes ont déjà été utilisés dans des activités semblables conduisant l'élève à élaborer des conjectures sur des figures géométriques. En effet, ces environnements, en permettant la manipulation d'objets génériques, incitent l'élève à dépasser le caractère particulier des figures

géométriques pour les aborder comme représentants de classes. C'est ainsi le cas avec Logo qui permet d'organiser des activités ayant été caractérisées par le terme d'expérience de mathématisation (IREM d'Orléans, 1983). C'est encore le cas avec Euclide¹ (Artigue, 1990) ou Geometric Supposer² (Chazan et Yerushalmy, 1990). Ces travaux semblent mettre en évidence le fait que les micromondes peuvent contribuer à la construction de connaissances (Schwarz, 1987; Fey, 1990). Mais ils mettent en évidence que, parce que l'ordinateur prend en charge une partie de l'activité de l'enseignant et qu'il modifie la nature des objets manipulés, le choix des tâches qui sont proposées aux élèves, l'organisation des activités et le rôle de l'enseignant doivent être différents de ce qu'ils sont dans l'environnement papier-crayon classique (Fey, 1990). Certains chercheurs s'interrogent également sur la nature des connaissances acquises par l'élève lorsqu'il utilise l'ordinateur (Artigue, 1991). Aussi en utilisant un cadre théorique didactique d'inspiration français avons nous cherché à:

- organiser une séquence d'enseignement incluant l'usage de Cabrigéomètre pour que ce nouvel environnement apporte une aide à l'élève dans l'exploration de figures et l'élaboration de conjectures,
- gérer l'introduction de ce nouvel outil dans la classe.

#### 2. Hypothèses et choix didactiques

Pour l'organisation de la séquence, il est ainsi paru essentiel de conserver certaines notions mises en évidence par les recherches sur l'apprentissage parce que conditionnant la construction de connaissances chez l'apprenant et le bon fonctionnement d'une séquence. Il nous semblait donc important:

- de rester dans le cadre général de la construction de connaissances par la résolution de problèmes: "Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes" (Brousseau, 1983).
- de négocier la prise en charge par l'élève de la résolution du problème posé. L'élève doit s'engager dans la résolution du problème s'appuyant notamment sur la mise en évidence de propriétés géométriques dans l'exploration de figures. Cette négociation, qui peut se poursuivre pendant la résolution du problème, joue un rôle important dans l'acquisition de connaissances et se caractérise comme étant un processus de recherche d'un contrat didactique (Brousseau, 1986).
- de ménager des phases d'institutionnalisation des nouvelles connaissances apparues au cours de la résolution des problèmes posés, et

notamment d'identifier comme nouvelles connaissances, les propriétés mises en évidence par l'élève au cours de la résolution des problèmes.

#### (a) Le modèle constructiviste et micromonde

Nous nous sommes donc orientés vers la mise en place de situations d'enseignement mettant les élèves face à la résolution de problèmes dans lesquels:

- d'une part, ils peuvent utiliser des connaissances antérieures pour effectivement engager la résolution,
- d'autre part, ils sont confrontés à des obstacles les conduisant à construire de nouvelles connaissances.

Un tel modèle implique, dans notre cas, que l'exploration de figures géométriques et l'élaboration de conjectures doivent apparaîre comme permettant de résoudre une situation problématique.

De par leurs spécificités, les micromondes de géométrie, et notamment Cabri-géomètre, permettent la mise en place de telles situations. Parmi ces spécificités nous retiendrons, en reprenant partiellement la description proposée par Laborde et Laborde (1991), qu'un micromonde de géométrie:

- est un environnement composé d'objets pouvant être liés par des relations et d'un système de représentation de ces objets,
- permet une manipulation, qui peut être directe, de ces objets.

Nous complèterons cette description en retenant également que ce type d'outil informatique peut en plus être caractérisé par le fait qu'il prend en charge une partie des tâches relatives à la construction ou la représentation des objets qu'il permet de manipuler. Cet aspect est quelquefois critiqué en ce sens où l'on reproche à l'ordinateur, par cette prise en charge, de faire disparaître les activités de construction de figures et de manipulation d'instruments de tracé alors qu'elles peuvent jouer un rôle important relativement à la construction de connaissances chez l'apprenant. A l'opposé, il apparaît qu'en déchargeant l'élève de ces activités de manipulation d'instruments de tracé et en augmentant sa confiance dans les représentations graphiques qu'il a pu élaborer grâce à l'ordinateur, la machine peut lui permettre de s'investir plus dans un travail sur les concepts (Fey, 1989).

Dans l'environnement d'un micromonde, l'élève est amené, pour résoudre une tâche de construction de figure, à organiser ses observations et ses conceptions en fonction des commandes génériques disponibles. On retrouve cette idée de confrontation de l'élève à un ensemble restreint de manipulations possibles chez Grenier (1989) qui, pour conduire les élèves à identifier telle ou telle propriété de la symétrie axiale, leur demande de résoudre des tâches de construction d'axes de symétrie de figures avec des outils de tracé particuliers (règle non graduée et compas, puis règle graduée et équerre, etc.). Le fait de confronter l'élève à une situation dans l'environnement d'un micromonde revient en fait à choisir la valeur de certaines variables de commandes (encore appelées task variables, Lesh, 1985) de cette situation. Cela permet de privilégier l'apparition de certaines stratégies et donc l'utilisation de notions mathématiques justifiant ces stratégies.

Parce que l'élève a accès à une représentation graphique de l'ensemble des objets dont il a fourni une description à l'aide de commandes, il peut décider de la validité de cette description suivant la conformité de cette représentation avec ses attentes.

L'environnement fourni par un micromonde permet ainsi:

- de donner à l'élève la tâche de décrire de façon générique des figures; l'élève est ainsi conduit à élaborer des conjectures sur les propriétés de ces figures,
- et de lui fournir des moyens de décider s'il a résolu ou non le problème posé.

Il nous semble donc, conformément au modèle de construction des connaissances par la résolution de problèmes, que les micromondes permettent la mise en place de situations spécifiques grâce auxquelles l'élève puisse effectivement élaborer des conjectures par l'exploration de figures.

#### (b) Le contrat didactique

L'interaction avec l'ordinateur permet à l'élève de valider des actions qu'il vient d'entreprendre ou de décider d'entreprendre de nouvelles actions. L'élève prend ainsi lui-même la responsabilité du cheminement qui doit lui permettre d'aboutir à la résolution du problème; prise de responsabilité dont Brousseau (1990) a souligné l'importance pour l'acquisition de connaissances.

Cependant, pour qu'une telle organisation fonctionne, il est nécessaire que l'élève ait les moyens de prendre la responsabilité d'une telle décision. Ces moyens sont d'ordre conceptuel et social. C'est-à-dire que l'élève:

- d'une part doit être capable de repérer et d'interpréter une action erronée. On ne peut envisager que l'élève puisse toujours repérer et interpréter correctement ses actions, aussi l'enseignant pourra être conduit à intervenir pour corriger une décision erronée.  d'autre part, doit accepter de prendre la responsabilité d'une telle décision. Dans ce cadre, le rôle de l'enseignant est primordial. Celui-ci doit, en particulier, amener l'élève à prendre une décision lorsque ce dernier ne voudra pas le faire.

#### (c) Les phases d'institutionnalisation et de transfert

Les notions utilisées par l'élève au cours de la résolution d'un problème sont à la fois liées à un contexte et à la personne de l'élève. Elles ont du sens essentiellement par rapport à la situation ayant favorisé leur émergence. Dans le cas d'un micromonde, ces notions sont non seulement liées au contexte du problème ayant induit leur apparition, mais dépendantes aussi des spécificités de l'outil informatique utilisé. Les phases d'institutionnalisation pendant lesquelles l'enseignant identifie parmi les savoirs et savoir-faire apparus localement dans la résolution du problème ceux qui constituent désormais de nouvelles connaissances sont donc primordiales. Cette institutionnalisation peut prendre diverses formes et être suivie de la mise en œuvre des nouvelles notions dans la résolution de nouveaux problèmes ou dans les mêmes résolutions avec un environnement différent. Mais il appartient à l'enseignant, quelles que soient ces formes d'institutionnalisation, de pointer les notions qui constitueront de nouvelles connaissances utilisables dans d'autres situations.

#### II. L'OUTIL LOGICIEL UTILISE

Le logiciel Cabri-géomètre, développé au laboratoire LSD2 (Laboratoire de structures discrètes et didactique) de l'IMAG (Informatique et mathématiques appliquées de Grenoble), a été choisi pour l'organisation de la séquence d'enseignement. Les raisons de ce choix tiennent à ce que:

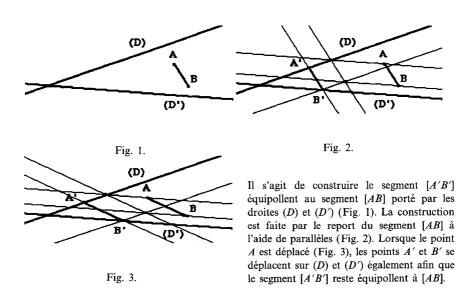
- d'une part, l'élaboration de ce logiciel intègre de nouveaux concepts en matière d'interface homme-machine apparus ces dernières années et tient compte des critiques qui ont été exprimées relativement à la lourdeur de mise en œuvre de certains outils existants,
- d'autre part, exploitant la puissance de calcul de l'ordinateur, il fournit des outils originaux d'exploration de figures géométriques.

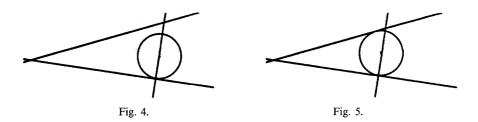
Ce logiciel permet de construire des figures d'une manière purement géométrique, mais il offre en plus des fonctionnalités de correction, modification de figures qui lui confèrent les caractéristiques d'un cahier de brouillon (CABRI: CAhier de BRouillon Interactif). Une description plus complète du logiciel se trouve en annexe 1.

La principale originalité de Cabri-géomètre réside dans la possibilité qu'il offre à l'utilisateur de pouvoir modifier la figure de l'écran en continu tout en conservant les relations explicitées lors de l'élaboration de la figure initiale. Cette modification permet de parcourir l'ensemble des figures caractéristiques qui sont issues du même ensemble d'objets et de relations géométriques. Les possibilités offertes par cette fonctionnalité sont multiples et peuvent inspirer des situations différentes d'utilisation du logiciel dans une classe.

Le déplacement à l'écran d'un élément arbitraire permet en particulier:

- de repérer des propriétés géométriques par l'observation des invariants entre les différentes figures parcourues et ainsi de favoriser l'émergence de conjectures à propos de ces figures. On peut par exemple observer que les médiatrices d'un triangle sont concourantes quelque soit le triangle considéré.
- de vérifier de manière pragmatique qu'une méthode de construction peut être appliquée dans de nombreux cas de figures. On peut par exemple vérifier que la méthode de construction d'un segment [A'B'] équipollent à un segment [AB] donné dont les extrémités sont portées par deux droites (D) et (D') reste valable lorsque l'on déplace l'une des extrémités du segment [AB]:





- de mettre en place sur une figure par tâtonnements, tout en ayant un tracé juste, des contraintes que l'on ne sait pas exprimer avec les procédures de construction de Cabri-géomètre pour ensuite observer des propriétés particulières de cette figure. On peut prendre l'exemple de la construction de cercles tangents à deux droites concourantes. Cette construction utilise la notion de bissectrice. Si l'on n'a pas accès à cette notion, elle peut s'appuyer sur la construction de cercles tangents à l'une des droites en différents points (Fig. 4). On déplace ensuite ces cercles pour qu'ils deviennent tangents à la deuxième droite (Fig. 5).

L'utilisation du logiciel exige de concevoir de façon plus fonctionnelle les objets géométriques. Un segment est construit si et seulement si l'utilisateur en montre les deux extrémités, une parallèle est construite si l'utilisateur montre un des points par lequel elle doit passer et la direction à laquelle elle est parallèle. Le point en tant que constituant déterminant de nombreux objets géométriques joue un rôle plus important que dans des environnements papier-crayon. Le logiciel favorise ainsi la mise en œuvre de procédures de caractère analytique dans la reproduction ou la construction de figures géométriques, satisfaisant en cela un des objectifs de l'enseignement de la géométrie.

Par ailleurs, il propose essentiellement des outils permettant la mise en place de propriétés d'incidence. Ainsi, les procédures de construction, s'appuyant sur de telles propriétés ou utilisant certains points d'une figure sont privilégiées par rapport à celles s'appuyant sur d'autres propriétés (métriques par exemple: on ne peut pas notamment construire un segment de longueur donné).

## III. CHOIX DIDACTIQUES DANS LA CONCEPTION DE LA SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT

Nous avons mis en œuvre une séquence autour de la notion de symétrie dans une classe de quatrième d'un collège de la banlieue grenobloise (plan

de la séquence en annexe 2). La classe était divisée en deux demi-groupes et les élèves ont pu travailler par binôme (11 binômes) sur un ordinateur Macintosh durant onze séances d'une heure.

A l'origine, en plus du choix de mettre en place une situation favorisant l'exploration de figures et l'élaboration de conjectures par les élèves, un deuxième objectif était poursuivi dans cette séquence. Il s'agissait ainsi, pour la première fois, d'observer les réactions et les conceptions élaborées par les élèves lors de l'utilisation des fonctionnalitées du logiciel.

#### 1. Une des tâches centrales de la séquence

#### (a) La notion de symétrie

La séquence décrite ici vise l'apprentissage de la notion de symétrie axiale par la mise en évidence des propriétés géométriques qui la caractérisent. Dans les programmes scolaires en vigueur à l'époque où la séquence a été mise en œuvre (instructions officielles françaises de 1977), cette notion est abordée, de par ses propriétés géométriques spécifiques, au cours de la classe de quatrième (élèves de 13 à 14 ans). Aussi avons nous décidé de travailler avec des élèves de cette classe.

Le choix de la notion de symétrie provient en partie de ce qu'elle a déjà fait l'objet de recherches en didactique susceptibles de fournir un point d'appui pour la construction de la séquence ou de son analyse (par exemple Grenier, 1990).

La deuxième raison de ce choix tient à la dimension culturelle de la symétrie. Les élèves en ont déjà une connaissance préalable issue de leur environnement ou d'activités de dessin au cours de leur scolarité mathématique antérieure. Nous avons donc envisagé qu'ils pourraient s'appuyer sur cette connaissance déjà disponible dans l'exploration de figures et en particulier décider, au moins dans certains cas, si une figure possède ou non la propriété de symétrie.

#### (b) La tâche proprement dite

Pour que l'élève puisse véritablement par une observation et un travail sur la figure accéder à certaines propriétés de la symétrie, celles-ci doivent apparaître comme permettant la résolution d'un problème dans lequel l'utilisation de données liées à la perception peuvent être investies et localement performantes, tout en s'avérant insuffisantes pour la résolution de problème dans son intégralité. Nous trouvons la mise en œuvre d'une telle démarche chez Osta (1988).

Nous avons ainsi proposé, dans l'environnement de Cabri-géomètre, la tâche de construction à l'écran de l'ordinateur des symétriques d'objets simples (segment, cercle ou triangle) par rapport à une droite donnée. La possibilité de déplacement de l'objet initial ou de la droite de symétrie offerte par le logiciel nous permet de donner la consigne selon laquelle la construction est correcte, non pas seulement lorsqu'elle est correcte pour la position initiale des éléments de la figure, mais pour toutes positions de ces objets. Par l'introduction de cette tâche, nous introduisons auprès des élèves un nouveau contrat didactique. Il ne s'agit plus de construire le symétrique d'un objet comme dans l'environnement papier-crayon, mais de donner une procédure de construction de cet objet et par là d'utiliser certaines propriétés géométriques caractéristiques de la symétrie.

Comme dans Osta (ibid), les élèves peuvent s'appuyer au moyen de tâtonnements et d'essais successifs sur la perception qu'ils ont de la symétrie pour résoudre localement (sur la figure particulière proposée à l'écran) le problème qui leur est posé. Cette même perception peut leur permettre aussi de décider, lorsque leur construction est terminée, si les différentes figures apparaissant au cours du déplacement de la droite de symétrie ou de l'objet dont il doivent construire le symétrique possèdent la propriété de symétrie. En revanche, la résolution effective du problème posé requiert la mise en œuvre de propriétés géométriques spécifiques de la notion de symétrie.

#### 2. Principes mis en œuvre dans la séquence

La mise en place de la tâche s'accompagne dans l'ensemble de la séquence de la mise en œuvre de principes devant permettre:

- à l'élève d'utiliser le logiciel,
- l'accès des élèves à la philosophie du logiciel et l'introduction d'un nouveau contrat, l'institutionalisation des nouvelles connaissances et l'établissement de liens entre ces connaissances et la géométrie traditionnelle enseignée.

L'utilisation du logiciel à des fins d'exploration et d'élaboration de conjectures doit être précédée d'une importante phase préparatoire. La négociation du nouveau contrat didactique, dont nous avons déjà indiqué quelques éléments, est une partie fondamentale de cette phase préalable. Cette négociation détermine la prise de responsabilité de l'élève dans la situation et conditionne ainsi le bon fonctionnement de la démarche que l'on vise à mettre en place.

En pratique, il s'agit non seulement de former les élèves à l'utilisation de l'ordinateur et du logiciel, mais aussi de leur donner accès à la philosophie de Cabri-géomètre et, plus particulièrement, à la signification de la possibilité offerte de déplacement d'un élément de base. L'explicitation de la philosophie du logiciel doit permettre à l'élève d'accéder à la signification de la problématique de la démarche, qui consiste non pas à produire des figures symétriques, mais une procédure de construction de ces figures.

L'apprentissage de l'utilisation du logiciel a également une grande influence sur l'ensemble et la nature des acquisitions de l'élève. Il nous semble en particulier que cet apprentissage joue un rôle important relativement au transfert des connaissances acquises par le biais du logiciel vers d'autres environnements. Le caractère spécifique des micromondes peut s'ériger en obstacle à ce transfert, il peut en effet conduire l'élève à vivre l'apprentissage de leur utilisation comme celui de nouveaux outils et à résoudre les problèmes qui y sont posés comme des problèmes locaux. Dans ce cas, un glissement lors de la résolution de problèmes au sein du micromonde peut amener l'élève à choisir un outil dans une palette plutôt que de mettre en œuvre des connaissances mathématiques, changeant ainsi l'élaboration de la solution en la recherche d'une combinaison ad hoc d'articles de menus.

L'élève doit investir dans l'utilisation du logiciel d'anciennes connaissances. Il ne doit pas seulement être capable de comprendre le fonctionnement du logiciel, mais doit aussi trouver dans ce fonctionnement des pratiques qui lui sont familières. En particulier, il doit s'approprier les figures à l'écran en tant que figures géométriques.

Nous avons ainsi choisi d'aborder l'apprentissage du logiciel en organisant une situation conduisant l'élève à construire une liaison entre l'environnement du logiciel et l'environnement papier-crayon.

#### (a) Problématisation de Cabri-géomètre

Avant d'aborder l'apprentissage de Cabri-géomètre, deux séances sont consacrées, notamment par la mise en œuvre de deux logiciels particuliers: MacWrite (traitement de textes) et MacPaint (logiciel de dessin), à l'apprentissage de l'utilisation de l'ordinateur. Plusieurs objectifs y sont poursuivis:

 Il s'agit de définir quelques termes correspondant pour la plupart à des actions (cliquer, clic maintenu, sélectionner, ouvrir, . . .) spécifiques de l'interface graphique-souris de l'ordinateur Macintosh de Apple. — Il s'agit de définir le rôle des éléments du système que les élèves doivent utiliser: les applications (définies comme des boîtes à outils), les dossiers et les documents, ainsi que les éléments de l'interface: menus, fenêtres.

Dans une troisième séance, les élèves sont confrontés, par la résolution d'un problème, aux limites de MacPaint et notamment au fait qu'il n'apporte pas d'outils adaptés à la géométrie euclidienne. L'objectif est de rendre nécessaire le besoin de ces outils et de les faire apparaître comme une demande même des élèves. Nous faissons l'hypothèse que ces outils seraient justement ceux fournis dans Cabri-géomètre.

Pour cela, le problème posé est de construire à l'écran de l'ordinateur, avec les outils de MacPaint, la médiatrice de deux points A et B donnés. Il s'agit pour ces élèves d'un problème familier. Ils ont déjà recontré la notion de médiatrice dans les mois précédant la séquence.

La consigne donnée aux élèves est ainsi de: Construire les points situés à la même distance de A et de B; l'ensemble de tous ces points se nomme la médiatrice.

Nous fournissons, par cette consigne, une description de la médiatrice (points situés à même distance de A et B) qui en permet la construction par tâtonnements, et un mot clé: médiatrice qui renvoie à des procédures de construction que les élèves savent mettre en œuvre avec les outils classiques.

Les élèves disposent à l'écran de l'ordinateur d'un document préparé sur lequel ils doivent faire la construction. Sur le document, les deux points A et B sont donnés et se trouvent dans une position rendant difficile la mise en œuvre de procédures que le logiciel peut inspirer (Fig. 6).





Fig. 6.

Le fait que l'écran de l'ordinateur soit une surface à pointillage fait apparaître les lignes n'étant pas parallèles au bord de l'écran sous la forme d'une juxtaposition de segments. Dans une position horizontale ou verticale du bipoint (A, B), la médiatrice est une droite verticale ou horizontale (apparaissant sans escalier). Aussi, sa construction peut-elle se faire grâce à cette caractéristique et non pas en utilisant le fait qu'elle est perpendiculaire au segment [A, B]. Une position du bipoint (A, B) qui n'est ni horizontale ou ni verticale favorise l'explicitation et la mise en œuvre de propriétés géométriques plutôt que l'utilisation de particularités de l'écran.

Les élèves disposent également d'une feuille dite de "commandes" sur laquelle ils doivent décrire les outils, absents dans MacPaint, dont ils peuvent éventuellement avoir besoin pour construire la médiatrice de [A, B].

Le transfert des méthodes de constructions de la médiatrice de l'environnement papier-crayon vers l'environnement de MacPaint ne se fait pas nécessairement de façon évidente. Face à la difficulté, on peut s'attendre de la part des élèves à un retour vers des procédures de construction liées à une recherche par tâtonnement.

Cette difficulté à représenter des objets et des propriétés géométriques à l'écran de l'ordinateur constitue une bonne occasion pour conduire les élèves à décrire des outils informatiques qui leur permettraient de résoudre directement ou plus facilement ce problème.

La découverte du logiciel est faite au cours d'une quatrième séance. La liste des commandes proposées par les élèves au cours de la séance précédente leur est donnée. Cabri-géomètre est introduit comme une boîte à outils qui répond à leur commande et qui doit leur permettre de faire des constructions géométriques à l'écran de l'ordinateur.

La tâche qui leur est ensuite demandée, pour les guider dans la découverte du logiciel, est d'en décrire quelques outils de construction de deux points de vue. Comment ces outils doivent-ils être mis en œuvre, et que permettent-ils d'obtenir à l'écran? Médiatrice, symétrique d'un point et bissectrices n'apparaissent pas dans les menus parce que, d'une part ils n'ont pas fait l'objet d'une commande explicite des élèves, d'autre part médiatrice et symétrique sont des notions dont l'étude ultérieure était envisagée. Les descriptions des élèves portent donc sur les outils suivants (Fig. 7).

Par ces descriptions, les élèves sont conduits à formuler et à décrire ces outils avec leurs propres connaissances, ce qui constitue un moyen de relier leur manipulation avec les pratiques courantes.

# creations point droite cercle segment def.2pts droite def.2pts triangle def.3pts cercle def.2pts

## constructions point sur objet intersection de 2 objets milieu d'un bipoint droite parallèle droite orthogonale centre d'un cercle

Fig. 7.

(b) Accès aux possibilitiés de validation du logiciel et introduction d'un nouveau contrat

L'accès des élèves aux possibilités de validation du logiciel revêt plusieurs aspects. En effet,

- d'une part, l'élève doit comprendre que la tâche n'est pas de fournir une figure, mais une procédure de construction d'une classe de figures invariante par déplacement. Notamment, lorsqu'il rencontre, au cours de déplacements d'éléments de la figure initiale, un cas qu'il reconnaît comme n'ayant pas la propriété de symétrie, il doit l'admettre comme un cas de dysfonctionnement de sa procédure de construction. L'accès à la signification de la consigne nécessite ainsi la négociation d'un nouveau contrat didactique.
- d'autre part, si sa procédure est erronée, l'élève doit avoir les moyens de s'en rendre compte et de la rejeter. Cependant, les critères qu'il utilise peuvent ne pas être suffisamment élaborés pour lui permettre de prendre la bonne décision. En effet, l'élève peut, de la même façon qu'il le fait dans l'environnement papier-crayon, considérer que des figures possèdent la propriété de symétrie alors qu'elles ne possèdent pas cette propriété. Cette situation peut le conduire à décider qu'une procédure erronée est correcte. Pour éviter une telle situation, il est nécessaire que l'élève au cours de déplacements d'éléments de la figure rencontre des "monstres", c'est-à-dire des cas de figures qui ne possèdent pas de façon évidente pour lui la propriété de symétrie. Une autre possibilité est de donner à l'évève un critère, lié au dynamisme du déplacement, qui lui permet dans certains cas de décider si une procédure est erronée. Ce critère serait en particulier que le déplacement de l'objet dont le

symétrique doit être construit ou de l'axe entraîne nécessairement le déplacement de l'objet symétrique.

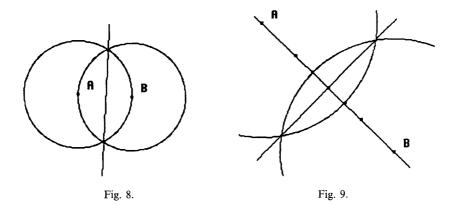
Dans la pratique, l'accès de l'élève à la signification du déplacement d'un élément de base a été organisé en deux étapes visant à montrer que:

- les propriétés géométriques explicitées lors de la construction d'une figure sont conservées lors du déplacement de l'un de ces éléments de base.
- si une figure ne conserve pas certaines propriétés géométriques lors du déplacement de l'un de ces éléments de base, cela provient du fait que ces propriétés n'ont pas été explicitées lors de la construction initiale et non pas du fait qu'il s'agit d'une nouvelle figure.
- 1. Accès au principe de conservation des propriétés. Au cours de la cinquième séance, la tâche des élèves est à nouveau de construire la médiatrice de deux points A et B donnés. Ce retour sur la médiatrice permet à l'élève d'obtenir à l'écran une figure dont il maîtrise les conditions d'élaboration parce qu'il en a lui-même effectué la construction.

A cet instant, l'enseignant ne peut pas utiliser le déplacement d'un élément de base pour valider ou faire valider la construction. Pour décider si une construction est correcte, il reprend celle-ci étape par étape avec chaque binôme en rejetant celles qui sont effectuées en utilisant le tâtonnement.

Bien qu'ayant tous cherché à utiliser des cercles centrés en A et B pour construire la médiatrice dans l'environnement de MacPaint, les élèves ont, pour la plus grande majorité (7 binômes sur 9), effectué la construction du milieu du bipoint et de la perpendiculaire à [AB] en ce point avec Cabri-géomètre. Une telle procédure est moins lourde à mettre en œuvre avec ce logiciel qu'une procédure liée à la construction de cercles de même rayon. Elle nécessite seulement la mise en œuvre de deux opérations simples (milieu et droite orthogonale). Alors qu'une procédure s'appuyant sur la construction de cercles de même rayon exige auparavant la détermination de points caractérisant les extrémités de deux segments support de ces rayons identiques. Seuls deux binômes ont utilisé une telle méthode. L'un d'eux a construit deux cercles centrés respectivement en A et B et passant respectivement par B et A (Fig. 8). L'autre binôme a également construit deux cercles centrés au même point, mais passant par les milieux de [M, I] et [I, N] où I est milieu de [AB], M le milieu de [AI] et N le milieu de [IB] (Fig. 9).

Cette situation fait nettement apparaître l'influence de la spécificité d'un outil sur le choix de la méthode mise en œuvre par les élèves pour résoudre un problème.



La construction correctement effectuée, les élèves ont eu ensuite pour tâche de décrire ce que le déplacement d'un objet de base provoque sur leur figure.

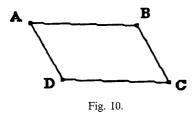
A cet instant, le phénomène de conservation des propriétés au cours de déplacement leur est apparu naturel. Certains ont partiellement décrit leur construction pour justifier cette conservation et tenté ainsi de décrire étape par étape ce qui était effectivement conservé. D'autres ont justifié, d'une façon générale, que par construction la médiatrice suivait nécessairement ce déplacement pour que cette construction reste "juste". Le mouvement continu des éléments de la figure donne l'impression aux élèves qu'un seul et même objet est manipulé. Il est apparu naturel à certains d'entre eux que cet objet conserve ses caractéristiques.

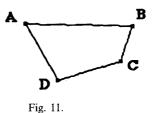
2. Accès aux raisons de non-conservation de caractéristiques de la figure. La compréhension de cet aspect du principe de déplacement d'un élément de base ne suffit pas aux élèves pour qu'ils l'acceptent aussi comme un instrument de validation de leur construction.

Pour admettre que le déplacement puisse jouer ce rôle, les élèves doivent considérer le fait que la non-conservation au cours de ce déplacement des caractéristiques requises d'une figure sont dues à des conditions d'élaboration de cette figure insuffisantes ou incorrectes.

On peut, pour illustrer cet aspect, prendre l'exemple de la construction d'un parallélogramme à l'aide des outils de Cabri-géomètre; situation que nous avons reprise plus loin dans la séquence. L'élève effectue la construction de la figure Fig. 10.

Après déplacement du point C (Fig. 11), si l'élève reconnaît que le quadrilatère ABCD n'est plus un parallélogramme, il doit aussi admettre





que sa procédure de construction de ABCD est incorrecte. Il doit ainsi donner au statut de contre-exemple à la Fig. 11. Balacheff a mis en évidence différents types d'aménagement qu'entreprend l'élève dans l'élaboration d'une conjecture lorsqu'il rencontre un contre-exemple (Balacheff, 1988). La situation de détermination d'une procédure de construction par l'élève présente certaines analogies avec les situations d'élaboration de conjectures. On peut ainsi s'attendre à voir apparaître des démarches proches de celles mise en évidence par Balacheff dans la gestion par l'élève de ce qui constitue à notre sens un contre-exemple, et en particulier à ce que les élèves n'acceptent pas certaines figures comme contre-exemple. C'est le cas lorsqu'ils ne reconnaissent pas qu'elles n'ont pas les caractéristiques requises (ils pourraient ne pas reconnaître que la Fig. 11 n'est pas un parallélogramme). C'est aussi le cas s'ils ne considèrent pas les différentes figures qu'ils parcourent au cours de déplacements comme faisant partie d'une même classe d'objets, comme étant issues d'une même construction.

Il peuvent considérer les deux quadrilatères ci-dessus comme deux représentations indépendantes en considérant que le déplacement de l'un des sommets du premier change, quelque soit la construction, la nature du quadrilatère.

Nous avons donc choisi d'introduire, à cette étape de la séquence et par une phase d'institutionnalisation, le contrat selon lequel la construction n'est pas correcte dès lors que l'on rencontre une figure qui ne satisfait pas aux conditions exigées au cours de déplacements.

#### (c) Institutionnalisation et établissement de liens avec la géométrie enseignée Des phases d'institutionnalisation et de transfert sont régulièrement organisées au cours de la séquence:

- un bilan est fait par l'enseignant au cours duquel les nouvelles acquisitions sont mises en commun,
- une nouvelle situation est proposée à l'élève dans un autre environnement.

1. Phase d'institutionnalisation par la mise en commun. La sixième séance débute par un bilan visant à institutionnaliser les observations de la séance précédente sur la nature et les effets du déplacement à l'aide de la souris d'éléments de la figure. La construction de la médiatrice est ainsi reprise en insistant sur le fait que lorsque l'on déplace l'un des points de la figure, l'ordinateur conserve ce que l'on a défini pour que la figure reste "juste" (terme ayant été employé par les élèves dans leur description). Dans le cas de la construction de la médiatrice, la droite construite "bouge pour rester" la médiatrice. Cette description permet d'insister sur le caractère dynamique et continu des modifications de la figure initiale et de la lier à l'ensemble des figures qui apparaissent au cours de ces modifications.

Le déplacement d'un élément de base est ensuite repris par l'enseignant sous un autre aspect. Ce dernier utilise en particulier une comparaison entre les déplacements d'objets de deux figures qui paraissent identiques mais construites suivant des méthodes différentes. L'une d'elles représente la construction du milieu d'un bipoint par tâtonnement, l'autre représente la construction du même milieu avec l'article milieu du logiciel. La comparaison du comportement des deux figures, au cours de déplacements, est ainsi mise en relation avec la différence dans leur mode de construction.

En particulier, on montre ici à l'élève que le fait qu'une figure ne conserve pas certaines caractéristiques est dû à ce que certaines propriétés nécessaires n'ont pas été explicitées lors de la construction, par exemple parce qu'elles ont été mises en place par tâtonnement.

Par la comparaison entre les deux modes de construction du milieu, il apparaît également que le caractère dynamique de la figure joue un rôle dans la validité de la construction: dans le cas de la construction du milieu du bipoint avec l'outil milieu, ce point suit le déplacement de l'un des éléments du bipoint, dans le cas contraire, il reste immobile.

2. Un exemple d'interaction entre deux environnements: une tâche de construction. L'institutionnalisation de nouvelles notions peut s'appuyer sur le transfert et la mise en oeuvre dans un nouveau problème ou un nouvel environnement de connaissances apparues lors de la résolution d'un problème particulier dans un contexte donné. Nous avons ainsi choisi de poser le problème de l'observation et de la construction de figures symétriques dans les deux environnements: Cabri-géomètre et papier-crayon.

Ainsi, consécutivement à une séance d'exploration de figures symétriques dans l'environnement Cabri-géomètre, nous avons proposé aux élèves une activité de construction de figures symétriques dans l'environnement papier-crayon, puis une activité semblable dans l'environnement Cabri-

géomètre, a fin d'observer l'investissement des procédures élaborées dans l'environnement Cabri-géomètre dans l'environnement papier-crayon.

#### 3. La situation problématique: construction de figures symétriques

#### (a) Observation de figures symétriques

Dans la septième séance, les élèves ont pour tâche de décrire d'abord oralement, puis par écrit ce qu'ils observent sur plusieurs figures dessinées sur papier possédant un axe de symétrie. Ils doivent, au moins sur le plan perceptif, identifier la propriété de symétrie et des moyens permettant de reconnaître qu'une figure possède cette propriété.

Ensuite, la même activité d'observation et de description est organisée avec le logiciel. Les élèves disposent sur l'écran de l'ordinateur d'une construction composée d'un quadrilatère et de son symétrique par rapport à une droite. Ils doivent en particulier décrire ce qui leur semble être conservé au cours de déplacement de l'un des sommets du quadrilatère ou de la droite, axe de symétrie.

Cette tâche a pour objectif de conduire les élèves à repérer des invariants caractérisant la construction. Elle permet aussi de leur donner une image de ce que constitue, pour le logiciel, une figure symétrique.

Dans les productions d'élèves, nous avons relevé essentiellement deux types de description. Celles du premier type s'appuient sur une perception globale de la figure:

- soit en mettant en évidence un mouvement d'ensemble de la figure lorsque l'un des sommets du quadrilatère donné été déplacé (4 binômes): "les dessins se déplacent ensemble".
- soit en mettant en évidence ce qui est globalement conservé (1 binôme): "on conserve la symétrie du dessin".

Celles du deuxième type s'appuient sur une observation plus locale de la figure:

- soit en décrivant certaines caractéristiques du mouvement des objets déplacés (3 binômes): "le point opposé se déplace".
- soit en explicitant certaines propriétés géométriques invariantes (2 binômes): "chaque point déplacé à égale distance".

Les élèves développent au cours de cette activité des critères, notamment des critères liés aux mouvements des éléments de la figure (pour 7 binômes), leur permettant de décider dans de nombreux cas si une construction possède la propriété de symétrie au sens de Cabri-géomètre.

Suite à cette activité, un questionnaire est proposé aux élèves consistant pour eux à construire les symétriques de douze figures simples composées de points, segments ou lignes brisées dans l'environnement papier-crayon (annexe 3). Ce questionnaire est construit en utilisant certains résultats de Grenier (1990). Nous avons ainsi retenu certaines variables mises en évidence dans ces travaux et notamment: la nature de l'objet dont il faut construire l'image (point, segment, ligne brisée), et sa position par rapport à l'axe.

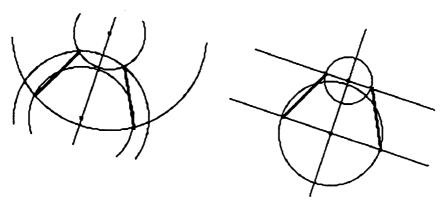
#### (b) Construction de symétriques à l'écran

Au cours de la huitième séance, les élèves ont pour tâche de construire dans l'environnement Cabri-géomètre les symétriques d'objets simples (points, segments ou cercles), sachant que la notion de symétrique ici renvoie aux caractéristiques qu'ils ont identifiées au cours de la modification de figures symétriques dans la septième séance. Ils doivent également fournir une description de leur construction.

L'instrument de validation permettant de décider si la figure construite correspond ou non à la consigne est le déplacement d'un objet de base. Les élèves doivent prendre en charge cette validation. Ils peuvent vérifier au cours du déplacement d'un objet, s'ils obtiennent des figures qui correspondent à l'image qu'ils se font d'une figure symétrique ou si le mouvement des différents objets correspond à ce qu'ils attendent.

1. Les variables de la situation. Plusieurs constructions sont demandées aux élèves. Elles sont issues de différents choix de la valeur des variables de la situation. Elles sont également fonction de la valeur de variables plus spécifiques à l'environnement du logiciel. En particulier, le fait que des points soient présents sur l'axe de symétrie joue un rôle relativement au choix de la procédure de construction du symétrique. Deux procédures de résolution peuvent être envisagées comme réponse au problème posé (Procédure Cercles et Procédure Droites et cercles).

La procédure Cercles (utilisation de cercles centrés sur l'axe et passant par les extrémités des segments) pouvant être utilisée lorsque l'axe possède deux points, est beaucoup plus difficile à mettre en oeuvre s'il ne les possède pas, ce qui peut conduire les élèves à utiliser plutôt la procédure Droites et cercles (construction des perpendiculaires à l'axe passant par les extrémités des segments et report de longueurs égales) plus facile à mettre en oeuvre dans ce cas. La modification de la valeur des variables permet de faire apparaître, par la mise en oeuvre de stratégies différentes, des propriétés géométriques différentes de la symétrie.



**Procédure Cercles** 

Procédure Droites et cercles

Fig. 12.

2. Interventions de l'enseignant. L'enseignant a pour tâche d'aider les élèves à juger de l'exactitude de leur construction. Même si les élèves en ont les moyens, ils ne prendront pas nécessairement la responsabilité d'une telle décision. D'autre part, ils peuvent ne pas prendre la bonne décision, notamment s'ils ne rencontrent pas de figures au cours de déplacements qu'ils reconnaissent comme contre-exemples à leur construction. Enfin, une figure construite à l'aide de propriétés géométriques non pertinentes satisfait cependant au critère de simultanéité du déplacement de l'objet et de son image: aussi les élèves peuvent-ils se satisfaire d'une construction dans laquelle chaque point et son image se déplacent simultanément comme dans l'exemple de la figure Fig. 13.

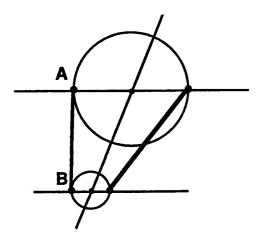


Fig. 13.

Dans cette construction, le report horizontal est utilisé. Les cercles centrés aux points d'intersections des droites horizontales et de l'axe permettent de reporter les longueurs. Aussi lorsque l'un des points du segment initial [AB] est déplacé, le point qui est considéré comme son symétrique se déplace également. Cette construction, si lors de déplacements aucun "monstre" n'est rencontré, peut être considérée comme répondant au problème.

Le rôle de l'enseignant est donc fondamental. Il consiste en particulier à certifier conforme une décision des élèves. En particulier, lorsque ces derniers décident à tort que leur construction est correcte, l'enseignant doit intervenir pour rétablir la vérité. Pour cela, il va rechercher, en déplaçant l'un des éléments de la construction, un cas de figure que les élèves reconnaîtront comme n'étant pas symétrique, ce qui doit les conduire à reconnaître le caractère erroné de leur construction.

Le choix du déplacement qu'effectue l'enseignant est important. Ce déplacement doit lui permettre d'obtenir, lorsque la construction des élèves est erronée, un cas de figure constituant un contre-exemple adéquat. Le cas de figure proposé par l'enseignant comme contre-exemple doit être accepté par les élèves en tant que tel, et doit aussi faire apparaître l'une des propriétés qui n'est pas conservée et devrait pourtant l'être au cours du déplacement.

Suite à la séquence, un questionnaire papier-crayon (annexe 4) a été proposé aux élèves dont le but est d'observer le transfert des procédures de construction élaborées dans l'environnement de Cabri-géomètre vers d'autres environnements.

#### IV. DE LA CONCEPTION DE LA SEQUENCE A SON FONCTIONNEMENT

Tous les binômes d'élèves ont réussi à construire le symétrique d'un segment dans le cas où l'axe de symétrie est une droite définie par deux points. Nous avons pu repérer uniquement la mise en œuvre des deux procédures de construction envisagées dans le paragraphe III.3.b.1. Majoritairement, la procédure la plus utilisée (par 9 binômes sur 11, c'est-à-dire 18 élèves) est la procédure Droites et cercles. Deux binômes seulement ont utilisés la procédure Cercles. Pour ces derniers, nous avons ainsi pu observer, dans une deuxième construction, l'effet de l'absence de points sur l'axe de symétrie; points nécessaires à la mise en œuvre de la procédure Droites et cercles. Dans l'un des cas (Jérome et Lionel), le changement de procédure n'a pas posé de problèmes. Ils ont tout de suite mis en œuvre la procédure Droite et cercle. Le deuxième binôme (Mahfoud et Sébastien) n'a pas changé de procédure et n'a pas réussi à effectuer la deuxième construction.

L'ensemble des observations effectuées pendant le déroulement de la séance de construction du symétrique et les résultats aux questionnaires papier-crayon nous ont permis de mettre en évidence des aspects relevant de trois thèmes:

- la nature des interventions de l'enseignant,
- les effets des spécificités de la tâche dans l'environnement de Cabrigéomètre,
- les transferts de procédures vers d'autres environnements.

#### 1. De la gestion de l'enseignant à la prise en charge des élèves

Il était escompté que, par un contrat implicite, les élèves prennent d'euxmême en charge la validation de leur construction par le déplacement de l'un des objets initiaux. Or, cela n'a été le cas que pour l'un des binômes: Mahfoud et Sébastien.

Cette résistance à prendre une décision relativement à la validité de leur procédure est due en partie à la spécificité de la tâche de construction du symétrique dans l'environnement Cabri-géomètre. Des critères autres que ceux liés aux propriétés de la symétrie, notamment liés au mouvement des éléments de la figure, ont augmenté l'incertitude de l'élève dans la validation par déplacement. En particulier, le fait que le déplacement de l'un des objets initiaux implique le mouvement du segment symétrique est apparu chez les élèves comme une condition suffisante à la validité de la construction. Aussi, cette condition pouvait-elle être vérifiée sans que la symétrie de la figure ne soit conservée au cours du déplacement, y compris pour les élèves, les conduisant ainsi à hésiter sur la décision à prendre.

L'intervention de l'enseignant n'était pas toujours due à une prise de décision erronée de la part des élèves relativement à la validité de leur construction. Elle pouvait aussi relever du refus des élèves de prendre en charge cette décision.

Ainsi, Mahfoud et Sébastien, bien qu'étant convaincus que leur procédure ne permettait pas d'obtenir systématiquement le symétrique d'un segment, puisqu'ayant rencontré des figures qui ne possédaient pas cette propriété, n'ont-ils pas pris de décision quant à la validité de cette construction. L'enseignant a dû intervenir et confirmer le caractère erroné de la procédure de construction avant que ces interventions ne s'espacent et que Mahfoud et Sébastien ne valident seuls leur procédure.

Dans plusieurs binômes, les interventions systématiques de l'enseignant mettent en évidence que la négociation du nouveau contrat didactique a abouti au fait que pour ces élèves, il est du rôle de l'enseignant d'effectuer les déplacements d'objets de base et de valider leur construction. Cette négociation du contrat n'a donc pas toujours abouti à une prise en charge de la validation par les élèves de leur construction, mais plutôt à un partage des rôles entre les élèves et l'enseignant.

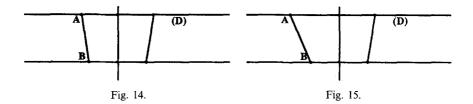
Si l'enseignant a ainsi dû intervenir à de nombreuses reprises dans la validation des procédures des élèves, ces interventions ont été de nature différente de ce qu'elles peuvent souvent être dans des situations semblables d'élaboration de procédures de construction dans un environnement papier-crayon. Cabri-géomètre a joué une rôle spécifique important dans cette modification. En effet, dans l'environnement papier-cravon, lorsque l'enseignant valide une construction géométrique de l'élève, il évalue implicitement non pas le dessin produit, mais la procédure ayant permis d'effectuer la construction. Il peut être ainsi conduit à invalider une construction alors que le dessin produit est correct. Dans ce cas, l'élève n'a pas toujours accès au moyen de validation de ses procédures de construction et n'en admet pas toujours le caractère erroné. Il recherche en dehors du problème qui lui est posé les raisons de son échec, et tente plutôt de deviner les attentes de l'enseignant. Par contre, avec Cabri-géomètre, même s'il n'effectue pas le déplacement et ne prend pas la décision relativement à la validité de ses procédures de construction, il a accès au moyen qui permet de les valider. Il peut ainsi comprendre que sa procédure ne réponde pas au problème posé.

Pour illustrer cet aspect, nous allons décrire ici une démarche mise en œuvre par deux élèves: Ramazan et Mourad qui:

- montre comment l'enseignant peut justifier le caractère erroné de la procédure de construction des élèves tout en permettant à ces derniers de comprendre ces justifications,
- illustre l'intervention de l'enseignant et les choix qu'il effectue dans les déplacements pour faire apparaître les propriétés de la symétrie devant être mises en œuvre dans la construction et qui ne sont pas conservées au cours du déplacement.

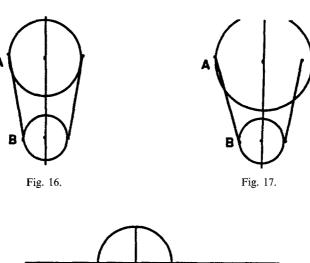
La tâche des deux élèves était d'effectuer la construction pour obtenir le symétrique d'un segment autour d'un axe vertical. Le première procédure mise en œuvre par Ramazan et Mourad s'est appuyée sur la construction de perpendiculaires à l'axe de symétrie passant par les extrémités du segment.

Le segment symétrique étant construit en posant simplement ses extrémités sur ces droites (Fig. 14), c'est-à-dire sans lier explicitement ces points aux droites par des propriétés géométriques de Cabri-géomètre. Après déplacement par l'enseignant du point A dans la direction de la droite (D), les élèves se rendent compte de la non-conservation de la symétrie (Fig. 15). Ils repèrent notamment que la distance d'un point et de son supposé symétrique n'est pas conservée.



Ils mettent en œuvre une deuxième procédure qui s'appuie sur la construction de cercles centrés sur l'axe (ils posent simplement ce centre sur l'axe) et passant par les extrémités du segment. Puis ils construisent le symétrique en posant sur ces cercles ses extrémités "en face" des extrémités du segment [AB] (Fig. 16).

La symétrie n'est toujours pas conservée au cours de déplacements (Fig. 17). En particulier, les élèves observent qu'ils n'ont pas explicitement construit les points symétriques comme liés aux cercles. Ils mettent finalement en œuvre une procédure, synthèse des deux précédentes (Fig. 18).



A B

Fig. 18.

Cette démarche met en évidence comment l'enseignant peut gérer le cheminement des élèves sans leur suggérer la solution, mais en leur proposant des contre-exemples (des "monstres") dont ils doivent eux-mêmes décider des retombées sur leur démarche de construction.

#### 2. Influence de l'environnement sur les stratégies et conceptions des élèves

#### (a) Caractère contextualisé des procédures

Nous avons déjà souligné le rôle particulier joué par les points dans Cabri-géomètre. Cette caractéristique a influé sur le choix des procédures mises en œuvre par les élèves pour résoudre le problème et sur les conceptions qu'ils ont élaborées. Le fait que les points interviennent dans de nombreuses constructions d'objets, privilégie des procédures qui s'appuient sur la détermination successive des symétriques de points particuliers de l'objet initial. Tous les binômes ont ainsi utilisé de telles procédures analytiques pour effectuer leur construction.

D'autres procédures de construction s'appuyant sur la conservation des angles ou des distances, difficiles à utiliser avec Cabri-géomètre, ont été mises en œuvre par deux élèves: Karine et Virginie (voir Fig. 23) dans l'environnement papier-crayon et leur ont permis d'effectuer des constructions correctes. Ces deux élèves n'ont pas cherché à mettre en œuvre ces procédures dans l'environnement de Cabri-géomètre et se sont tout de suite engagées dans une nouvelle procédure.

De plus, certains implicites, correspondant à des conceptions erronées, qui interviennent dans la construction de figures symétriques dans l'environnement papier-crayon: report horizontal ou vertical, par exemple (Fig. 13), interviennent de façon différente dans Cabri-géomètre. En particulier, ce dernier nécessite que soient explicités par une construction ces implicites pour qu'ils soient conservés au cours de déplacements d'éléments de la figure.

Nous n'avons pas vu apparaître de tels implicites dans les procédures. La nécessité de tout expliciter, due à l'environnement de Cabri-géomètre, en a limité l'intervention. Cependant, nous verrons qui si certaines conceptions erronées des élèves à propos de la symétrie axiale peuvent ne pas apparaître dans Cabri-géomètre, elles risquent de réapparaître dans des constructions effectuées ensuite dans l'environnement papier-crayon.

#### (b) Caractère spécifique de commandes du logiciel

Deux commandes du logiciel (point sur objet et intersection de deux objets) permettent de marquer un point sur un objet ou à l'intersection deux

objets. Elles ont pour rôle de nécessiter l'explicitation, de la part des élèves, de la construction de ces points pour qu'ils soient effectivement reconnus comme tel par le logiciel, ce qui n'est pas le cas dans l'environnement papier-crayon.

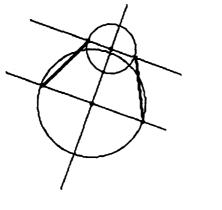
Cette différence dans le statut des points sur un objet ou des points d'intersection entre les deux environnements a joué un rôle central dans la validation des procédures des élèves. Pour la construction de symétriques, les élèves ont eu à utiliser cette intersection pour qu'au cours du déplacement d'un des objets de base de la figure la propriété de symétrie soit conservée (cf. Ramazan et Mourad).

Lorsque les extrémités du segment image sont simplement posées à l'intersection des cercles et des droites (Fig. 19), ce segment n'est pas modifié au cours du déplacement (Fig. 20).

Ce n'est plus le cas lorsque les extrémités du segment ont éte construites comme intersection des cercles et droites (Fig. 20 et 21).

La signification que les élèves ont donné aux commandes de construction de l'intersection de deux objets n'a pas toujours été conforme à ce que signifient ces commandes réellement.

Ainsi, certains élèves semblent également avoir construit un modèle mécanique du fonctionnement du logiciel Cabri-géomètre en associant dans certains cas les objets de l'écran à des représentations de solides. Certains élèves ont alors interprété la fonctionnalité d'intersection comme une liaison mécanique entre deux objets, le point d'intersection étant considéré comme une attache. C'est le cas de Mahfoud et Sébastien qui, après avoir





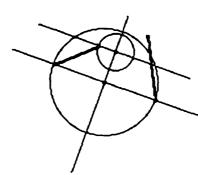
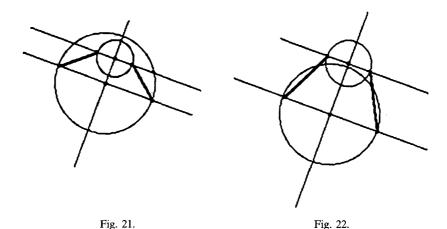


Fig. 20.



effectué la construction correctement (Fig. 21) (en construisant effectivement l'intersection des perpendiculaires à l'axe avec les cercles) avant de valider par déplacement de l'une des extrémités du segment initial, construisent à nouveau l'intersection des cercles et des perpendiculaires comme pour établir une lien entre les objets.

Lors de cette deuxième construction de points d'intersection, Cabrigéomètre leur signale à l'aide d'une boîte de dialogue que ces points ont déjà été construits. Ainsi assuré du lien entre les objets, ils déplacent ensuite les points initiaux de la figure.

Les élèves ont généralement abordé la fonctionnalité "intersection de deux objets" comme étant une contrainte spécifique au logiciel. Cette situation augmente le caractère particulier de Cabri-géomètre par rapport à l'environnement papier-crayon et peut poser problème quant au transfert de connaissances entre les deux environnements.

#### 3. Transfert de connaissances

Le transfert de connaissances de papier-crayon vers Cabri-géomètre ne semble pas s'être traduit dans les procédures de construction. C'est ainsi que la procédure Droites et cercles (cf. III.3.b.1) de construction du symétrique, bien qu'étant apparue majoritairement dans l'environnement de Cabri-géomètre, n'avait été utilisée dans le questionnaire papier-crayon précédant, et encore seulement sous des formes proches, que chez 9 élèves. Les autres élèves ont utilisé des procédures qu'ils n'ont pas réinvesties avec Cabri-géomètre. Ils ont notamment pour 12 d'entre eux utilisé des procédures de construction très proches de la procédures Cercle.

Cette absence de transfert des procédures mises en œuvre dans l'environnement papier-crayon vers l'environnement de Cabri-géomètre est évidemment due pour beaucoup à la différence entre les outils de construction de chacun des deux environnements.

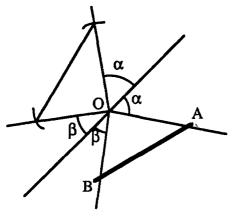
Si ce transfert n'a pas eu lieu pour les procédures, il semble toutefois que les élèves aient transféré certaines connaissances de l'environnement papier-crayon vers Cabri-géomètre. Si nous avons précédemment constaté que le rôle particulier des points dans Cabri-géomètre a conduit les élèves à mettre en œuvre des procédures de type analytique, ce rôle n'est pas la seule raison à cette situation. Celle-ci aussi le résultat du réinvestissement de procédures mises en œuvre dans l'environnement papier-crayon et observées lors du dépouillement des réponses au premier questionnaire: 18 élèves sur 23 ont utilisé dans l'environnement papier-crayon des procédures analytiques pour leur construction du symétrique d'un segment par rapport à un axe.

Certaines connaissances géométriques ont également été réinvesties dans la construction. Les élèves ont en particulier fait une analogie entre le logiciel et la géométrie euclidienne. Ils ont notamment décrit leur procédure non pas comme une succession de choix d'outils, mais effectivement comme la construction d'une figure géométrique. On trouve ainsi dans cette description des expressions: "On a tracé une droite orthogonale sur la droite de départ au point du bas du segment. Ensuite on a tracé une droite parallèle" (Houda et Virginie).

Le fait que les élèves aient établi une telle analogie entre la construction de figures dans un environnement papier-crayon et dans l'environnement du logiciel tient à certaines spécificités du logiciel. En particulier, Cabrigéomètre permet aux élèves de faire chaque construction en montrant à l'aide de la souris graphique des représentations d'objets à l'écran.

Cette démarche est assez analogue à ce que font les élèves dans l'environnement papier-crayon lorsqu'ils représentent un nouvel objet en utilisant la représentation graphique d'objets déjà construits.

Les problèmes de transfert semblent se poser de façon plus importante dans l'autre sens, de Cabri-géomètre vers l'environnement papier-crayon. Nous avons en particulier pu observer dans le questionnaire proposé aux élèves à la suite de l'activité avec le logiciel, l'émergence de procédures de construction erronées. 4 élèves sur 23 ont ainsi utilisé des procédures de construction dans lesquelles la propriété de perpendicularité de la droite, déterminée par un point et son symétrique avec l'axe de symétrie, n'était pas conservée. Ceci est apparu chez ces élèves, bien qu'ils aient mis en œuvre des procédures de construction correctes lors de l'activité avec Cabri-géomètre. Une cinquième élève: Virginie a assez nettement séparé les



Virginie a reporté l'angle  $\alpha$  et l'angle  $\beta$  à l'aide du rapporteur, puis a reporté des longueurs OA et OB à l'aide de la règle.

Fig. 23.

deux environnements. Elle a utilisé la même procédure (Fig. 23) s'appuyant sur la propriété de conservation des angles et des distances pour effectuer la construction dans l'environnement papier-crayon avant et après l'utilisation du logiciel.

Elle n'a pas même tenté (nous l'avons déjà précisé) de mettre en œuvre cette procédure avec le logiciel.

Le fait que les connaissances semblent n'avoir été transférées du logiciel vers l'environnement papier-crayon que de façon réduite ne peut s'expliquer que par une mauvaise institutionnalisation des connaissances acquises avec Cabri-géomètre et le fait que ces connaissances n'aient pas été stabilisées. Ainsi, les élèves sont-ils revenus, après l'activité avec le logiciel, à des procédures qu'ils utilisaient auparavant.

Les résultats à ce questionnaire nous permettent toutefois de ne pas être aussi négatifs relativement au transfert des connaissances dans la mesure où l'activité avec Cabri-géomètre a conduit tous les élèves à mettre en œuvre des procédures de type analytique dans la construction de symétriques dans l'environnement papier-crayon dans le deuxième questionnaire, alors qu'ils étaient 18 sur 23 à avoir utilisé de telles procédures dans le questionnaire précédant les tâches sur Cabri-géomètre.

#### V. CONCLUSION

Cabri-géomètre, et les micromondes de géométrie en général, constituent une médiation qui permet la mise en place de situations problématiques spécifiques dont la résolution nécessite, de la part de l'élève, la mise en évidence de notions mathématiques parce que permettant de résoudre ces situations. Dans cette démarche, il appréhende les notions géométriques nécessaires à la résolution du problème au cours de la validation et de la généralisation, grâce à l'ordinateur, de ses propres démarches de construction.

Dans une telle démarche, l'enseignant a un rôle important à jouer avant, pendant et après les situations mettant en jeu l'ordinateur auxquelles l'élève peut être confronté.

Avant la mise en place de la situation problème, l'enseignant est amené à négocier le contrat didactique spécifique.

Pendant le déroulement de la situation, il est conduit à confirmer, infirmer ou aider l'élève à prendre certaines décisions lorsque celui-ci ne veut pas prendre la responsabilité d'une décision ou lorsque la décision qu'il prend est erronée.

Après une situation problème dans laquelle l'élève met en œuvre de nouvelles notions, il reste nécessaire à l'enseignant d'institutionnaliser les nouvelles acquisitions. Ces phases d'institutionnalisation sont d'autant plus importantes que les acquisitions faites par l'élève lors de l'utilisation d'un ordinateur restent contextualisées. En effet, ces acquisitions ne sont pas de façon évidente transférées par les élèves pour résoudre des problèmes posés dans l'environnement papier-crayon. Ils traitent différemment les problèmes posés dans le cadre d'une utilisation de l'ordinateur et ceux posés dans d'autres environnements parce que les outils disponibles sont spécifiques. Cependant, il apparaît qu'une telle absence de transfert ne concerne pas toutes les connaissances. Aussi trouvera-t'on dans l'analogie et les points communs entre les différents environnements des facteurs permettant de déterminer le type de connaissances qui peuvent être plus on moins facilement transférées entre ces environnements.

Les moyens permettant de faciliter le transfert des connaissances acquises par le biais d'un logiciel vers d'autres environnement (papier-crayon notamment) peuvent s'appuyer sur un jeu entre différents environnements.

#### ANNEXE 1

#### Description du logiciel

#### 1. L'édition d'une figure

Le logiciel Cabri-géomètre permet de construire la plupart des objets de la géométrie Euclidienne: point, segment, triangle, droite et cercle. L'accès au primitives de construction se fait par l'intermédiaire d'un menu déroulant:

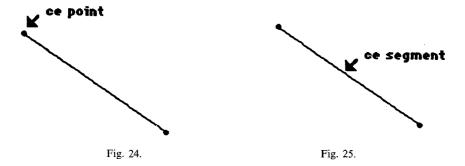
Créations. Lors de ces constructions, l'utilisateur peut éventuellement faire intervenir des relations géométriques et dispose pour cela dans un menu Constructions de quelques fonctionnalités permettant la représentation à l'écran: d'un point sur un objet, de l'intersection de deux objets, d'un milieu, d'une médiatrice, d'une droite parallèle ou perpendiculaire à une direction, du centre d'un cercle. L'interface de communication avec le logiciel par l'intermédiaire de menus déroulants, si elle réduit les possibilités de formulation offerte à l'utilisateur, permet par contre de minimiser le temps d'apprentissage de l'utilisation du logiciel et affranchit de la rigidité des définitions liées à une syntaxe spécifique.

Par ailleurs, dans Cabri-géomètre, le curseur graphique permet suivant le cas:

- de fournir par sa position des données nécessaires pour qu'il puisse effectivement représenter les objets à l'écran,
- de désigner physiquement les éléments déjà représentés avec lesquels l'objet à construire est en relation.

La construction d'une figure se fait ainsi par l'action en montrant des objets et des emplacements dans l'écran. Les objets et relations géométriques sont identifiés dans les menus en langue naturelle, ce qui participe au fait que l'apprenant rapproche ce qu'il entreprend avec le logiciel de ce qu'il entreprend dans la géométrie papier-crayon.

De plus, le logiciel gère le type des objets qui doivent être désignés pour la mise en œuvre de la construction. Un ensemble de filtres contrôle donc la désignation des objets par l'utilisateur et un ordre est imposé par les procédures de construction lorsque la désignation de plusieurs objets est nécessaire. S'il l'on veut par exemple construire une droite perpendiculaire avec le logiciel, on doit en premier lieu, et nécessairement, désigner un point où passe la droite (Fig. 24), puis une direction (représentée par un segment ou une droite) à laquelle elle est perpendiculaire (Fig. 25).



Pour améliorer l'environnement d'édition, plusieurs fonctionnalités permettent de modifier des figures de l'écran. Ainsi, peut-on:

- cacher certains éléments d'une figure et ainsi faire mieux apparaître certaines propriétés,
- nommer les points, droites ou cercles composant une figure,
- supprimer un objet quelconque de l'écran et des données en machine.

#### 2. Déplacement d'un objet de base

La construction d'une figure à l'écran s'appuie sur des objets dont le choix de la position est fait de façon arbitraire comme la position à l'écran d'une droite ou d'un point quelconque dont le choix se fait au moment de la construction. Elle s'appuie également sur des objets définis par des relations avec d'autres éléments d'une figure: comme une droite parallèle, passant par un point donné, le milieu d'un segment, etc.

Le logiciel conserve l'ensemble des objets et des relations qui ont été explicitées lors de la construction d'une figure et permet à l'aide du curseur le déplacement à l'écran des éléments construits de façon arbitraire. Au cours de ce déplacement, l'histoire de la figure est constamment reprise, en tenant compte de chaque nouvelle position de l'objet déplacé, pour que chaque figure représentée à l'écran possède les mêmes caractéristiques (objets et relations explicités lors de la construction) que la figure initiale. Ce déplacement permet la visualisation de la classe des figures composées des mêmes relations et objets décrits lors de la construction de la figure initiale. Il permet également, parce qu'il se fait en suivant le mouvement continu du curseur, de faire apparaître les propriétés géométriques (explicitées lors de la construction ou déductibles de ces propriétés) des figures d'une même classe comme des contraintes. On peut notamment prendre l'exemple des médiatrices d'un triangle qui semblent, au cours du déplacement continu de l'un des sommets du triangle, être "fixées" entre elles en une même point (Fig. 26).

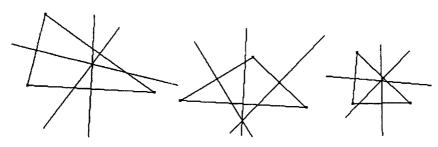


Fig. 26.

#### 3. Modification de l'environnement de travail

Les menus déroulants ont la particularité de mettre à plat l'ensemble des fonctionnalités d'un logiciel. Aussi Cabri-géomètre met-il à notre disposition deux outils pour interdire l'accès à certaines fonctionnalités ou au contraire pour augmenter les constructions possibles. La fonctionnalité Choisir les menus permet ainsi de décider des articles de menus auxquels on donne accès à l'utilisateur. On peut par exemple ne pas faire apparaître l'article médiatrice si on préfère que l'élève mette en œuvre des procédures de construction de cette droite. La fonctionnalité de Macro-construction permet ainsi de conserver une méthode de construction, et de pouvoir l'appliquer ensuite de manière générique. On définit une macro-construction en désignant avec le curseur d'une part les objets auxquels elle s'applique, d'autre part les objets qu'elle permet de construire.

#### ANNEXE 2

Plan de la séquence

Découverte de Macintosh

Description de MacPaint

De MacPaint vers Cabri-géomètre

Découverte de Cabri-Géomètre

Découverte de Cabri-Géomètre (suite)

Les propriétés du parallélogramme avec Cabri-Géomètre

Observation de figures symétriques dans les environnements Cabri-géomètre et papier-crayon

Construction de symétriques dans l'environnement papier-crayon

Construction de symétriques dans l'environnement Cabri-Géomètre

Vérification de propriétes de la symétrie

La résolution d'un problème utilisant la propriété de symétrie

#### ANNEXE 3

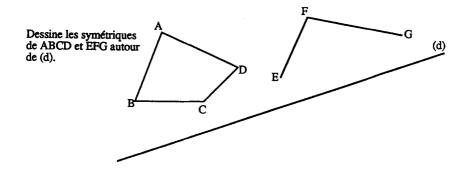
#### Premier questionnaire papier-crayon

La tâche des élèves est de compléter la figure pour qu'elle soit symétrique.

 . / .

#### ANNEXE 4

#### Deuxième questionnaire papier-crayon



#### NOTES

- <sup>1</sup> Euclide est une librairie de procédures Logo écrite par Jean-Claude Allard et Claude Pascal permettant de représenter à l'écran d'un ordinateur des objets de la géométrie euclidienne. Euclide est diffusé par Nathan Logiciels.
- <sup>2</sup> Geometric Supposer est un logiciel écrit par Judah Schwartz, Michal Yerushalmy et l'Education Development Center et est diffusé par Sunburst Communication, Inc.
- <sup>3</sup> MacWrite et MacPaint sont des marques déposées de la société Apple.

#### REFERENCES

- Artigue, M.: 1991, 'Analyse de processus d'enseignement en environnement informatique', Petit x 26, 5-27.
- Balacheff, N.: 1988, Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège, Thèse d'Etat, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Baulac, Y., Bellemain, F. et Laborde, J. M.: 1988, Cabri-géomètre, un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie, logiciel et manuel d'utilisation, Cedic-Nathan, Paris.
- Brousseau, G.: 1983, Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques', Recherches en Didactique des Mathématiques 4(2), 165-198.
- Brousseau, G.: 1986, 'Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques', Recherches en Didactique des Mathématiques 7(2), 33-115.
- Brousseau, G.: 1990, 'Le contrat didactique: le milieu', Recherches en Didactique des Mathématiques 9(3), 309-336.
- Chazan, D. et Yerushalmy, M.: 1990, 'Overcoming visual obstacles with the aid of the supposer', Educational Studies in Mathematics 21(3), 199-219.
- Duval, R.: 1988, 'Approche cognitive des problèmes de géometrie en termes de congruence', Annales de didactique et de sciences cognitives, Vol. 1, IREM de Strasbourg, pp. 57-74.

- Fey, J. T.: 1989, 'Technology and mathematics education: A survey of recent developments and important problems', *Educational Studies in Mathematics* 20(3), 237-271.
- Grenier, D.: 1990, 'Construction et étude d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale', Recherches en Didactique des Mathématiques 10(1), 5-59.
- Gurtner, J. L., Hillel, J. et Kieran, C.: 1989, 'Solving structured geometric tasks on the computer: the role of feedback in generating strategies', *Educational Studies in Mathematics* **20**(1), 1-39.
- Laborde, C.: 1990, 'L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques', Recherches en Didactique des Mathématiques 9(2), 337-363.
- Laborde, C. et Laborde, J. M.: 1991, 'Micromondes intelligents et environnement d'apprentissage', in Bellisant, C. (eds.), Actes des XIII° journées Francophones de l'informatique, Genève.
- Lesh, R.: 1985: 'Conceptual analysis of mathematical ideas and problem solving processes', Proceeding of the Ninth International Conference on the Psychology of Mathematics Education 2, pp. 73-96.
- Osta, I.: 1988, L'ordinateur comme outil d'aide à l'enseignement. Une séquence didactique pour l'enseignement du repérage dans l'espace à l'aide de logiciels graphiques, Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Rouchier, A.: 1983, 'LOGO et les contentus d'enseignement et de formation', in L. Dossat, S. Kelif et A. Rouchier, *Premier colloque LOGO*, 9-10-11 Clermont-Ferrand, textes des contributions, INRP, IREM de Clermont-Ferrand et d'Orléans, Orléans, pp. 28-44.
- Schwartz, J. L.: 1987, 'The geometric supposer: Using microcomputer to restore the invention to the learning of mathematics', in I. Wirszup and R. Streit (eds.), *Developments in School Mathematics Education Around the World*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA, pp. 623-636.

Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique (IMAG) BP 53X 38041 Grenoble Cedex, France