

Patricia Simon
L'informatique dans l'enseignement des mathématiques

Travail 4

Présenté à
M. André Boileau

Université du Québec à Montréal
Décembre 2008

Motivations didactiques

Apprentissages visés

Cette leçon vise l'apprentissage des trois relations métriques dans un triangle rectangle.

- Dans un triangle rectangle, le produit des mesures des cathètes est égal au produit des mesures de la hauteur issue de l'angle droit et de l'hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, la mesure d'une cathète est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et l'hypoténuse entière.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

Les élèves auront à construire des triangles rectangles et leur hauteur et à trouver quels sont les liens entre les mesures de ces éléments. Ils auront à énoncer ces trois relations métriques grâce à leurs découvertes dans Cabri-Géomètre.

Cette partie du programme de formation de l'école québécoise précise la notion à enseigner en quatrième secondaire.

Concepts de la 2 ^e année du cycle	Processus
<ul style="list-style-type: none">- Figures équivalentes- Géométrie analytique<ul style="list-style-type: none">• Droite et distance entre deux points- Mesure<ul style="list-style-type: none">• Relations métriques et trigonométriques dans le triangle : sinus, cosinus, tangente, lois des sinus et des cosinus	<ul style="list-style-type: none">- Analyse de situations<ul style="list-style-type: none">• Recherche de mesures manquantes à l'aide du concept de distance, des propriétés des figures isométriques, semblables ou équivalentes- Angles de triangles ou de figures se décomposant en triangles- Longueurs<ul style="list-style-type: none">▪ Segments issus d'une isométrie ou d'une similitude▪ Côté d'un triangle▪ Hauteur relative à l'hypoténuse, projection orthogonale des cathètes sur l'hypoténuse- Aires et volumes de figures

Élèves visés

Cette activité est proposée à des élèves de secondaire 4, en mathématiques, qu'ils soient dans n'importe laquelle des séquences soient : « Culture, société et technique », « Technico-sciences » ou « Sciences naturelles ». Par contre, elle cadre particulièrement bien dans la séquence « Technico-Sciences » qui veut amener l'élève à manipuler des objets, trouver des liens et combiner l'exploration, le travail manuel et le travail intellectuel.

Séquence *Technico-sciences*

La séquence *Technico-sciences* s'adresse à l'élève désireux d'explorer des situations qui combinent à l'occasion le travail manuel et le travail intellectuel. L'accent est mis sur la réalisation d'études de cas ainsi que sur l'aptitude à repérer des erreurs et des anomalies dans des processus ou dans des solutions, en vue d'établir un diagnostic et d'apporter des correctifs appropriés. On vise également à dégager les concepts et processus mathématiques associés à la conception, au fonctionnement ou à l'utilisation d'instruments liés à certaines techniques. Cette séquence favorise l'exploration de différentes sphères de formation, mais elle vise particulièrement à rendre l'élève apte à s'engager efficacement dans des domaines techniques liés à l'alimentation, la biologie, la physique, l'administration, les arts et la communication graphique.

Matériel utilisé

Pour montrer aux élèves le fonctionnement du logiciel Cabri-Géomètre, il serait utile d'avoir un projecteur en classe et d'explorer avec les élèves les différentes fonctions. On doit avoir à notre disposition un local d'informatique où est à la disposition des élèves le logiciel Cabri-Géomètre. Les élèves auront besoin du cahier de l'élève pour compléter les activités et répondre aux questions.

Déroulement de l'activité

1- Exploration du logiciel avec les élèves

Cette partie de l'activité dépend beaucoup de la familiarité des élèves au logiciel Cabri-Géomètre. Si les élèves ne sont pas familiers avec le logiciel, il faut alors explorer avec eux en classe, à l'aide d'un projecteur, les différentes fonctions reliées à Cabri. Ensuite, il faudrait faire avec eux une partie de la première activité, soit faire un triangle rectangle avec eux, tracer la hauteur et trouver les mesures des segments pour qu'ils voient la démarche à suivre et soient capables de la répéter. Si les élèves sont déjà habiles avec le logiciel, il serait possible de les lancer dans l'activité avec les cahiers de l'élève sans faire une trop grande exploration avant.

Difficultés possibles (à voir avec les élèves) :

- Utilisation du pointeur pour déplacer des objets : ne pas oublier de toujours reprendre l'outil « pointeur » pour faire des déplacements
- Pour revenir en arrière : « Édition », « Annuler »
- Pour effacer un objet : Prendre l'outil « Pointeur », sélectionner l'objet et l'effacer avec la touche « supprimer » du clavier.
- S'il y a un choix entre deux objets, par exemple pour trouver la longueur, choisir l'objet en pointillé.
- Appuyer sur F1 pour de l'aide.

2- Activité au local d'informatique

Les élèves font les constructions et répondent aux questions du cahier de l'élève en équipe de deux. Il y aura certainement beaucoup de questions à répondre, d'où l'importance d'une bonne préparation. Il faudra encourager la collaboration entre les élèves. Si une équipe termine en avance, on peut la désigner pour aider les autres équipes.

3- Retour en classe sur les notions

En classe, il y aura un échange sur les découvertes des élèves. On remplira aussi ensemble la dernière page du cahier de l'élève en écrivant les relations métriques en mots. On fera aussi une démonstration de ces relations à l'aide des propriétés des triangles semblables qui ont été vues précédemment. On veut par là partager ce que les élèves ont trouvé, ont apprécié, ont eu comme difficulté pour clore l'activité. Je les interrogerais alors pour voir s'ils peuvent faire eux-mêmes le lien avec la notion des triangles semblables qui a été vue avant. C'est un travail de mise en commun et de liens entre ce que les élèves ont appris.

Pourquoi utiliser la technologie

Cabri-Géomètre permet dans le cas des relations métriques dans le triangle d'éviter de seulement donner aux élèves les relations. Ils peuvent alors travailler eux-mêmes à trouver des liens, ils construisent eux-mêmes leurs savoirs. S'ils ont cherché ces relations et les ont trouvées, ils ont beaucoup plus de chances de s'en rappeler.

Cette recherche permet aussi à l'élève de se questionner sur le pourquoi des choses. Changer les dimensions du triangle tout en vérifiant si la relation qu'ils ont trouvée fonctionne toujours permet de développer l'idée de validation chez eux. Ils développent dans cette activité un esprit scientifique qui se veut exploratoire.

L'informatique dans un cadre mathématique peut être aussi source de motivation chez certains élèves qui aiment manipuler et construire des choses. Il peut être plus facile pour un élève qui excelle en informatique. Cela peut créer une belle entraide en classe et un esprit de collaboration intéressant.

ANNEXE 1
CAHIER DE L'ÉLÈVE

Avant de commencer, allez dans le menu « Options », « Préférence » et choisissez « Nombre de chiffres après

Noms : _____

Les relations métriques avec Cabri-Géomètre

Première relation métrique

1- Tracer un triangle rectangle.

- Segment.



- Perpendiculaire au segment passant par un point.



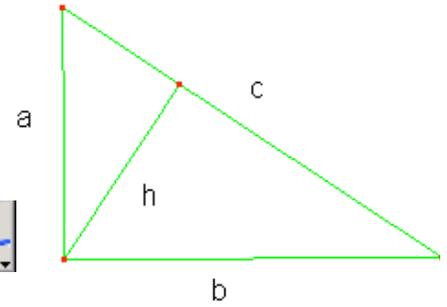
- Segment pour le troisième côté.



- Cacher la droite perpendiculaire.



- Créer un segment pour le côté du triangle.



2- Tracer la hauteur issue du sommet de l'angle droit de ce triangle.

- Perpendiculaire passant par le sommet de l'angle droit.



- Placer un point à l'intersection de la hauteur et du côté.



- Cacher la droite perpendiculaire.



- Créer un segment pour la hauteur.



3- Indiquer la longueur de chacun des côtés de ce triangle (a,b,c) ainsi que celle de la hauteur (h).

- Distance ou longueur.

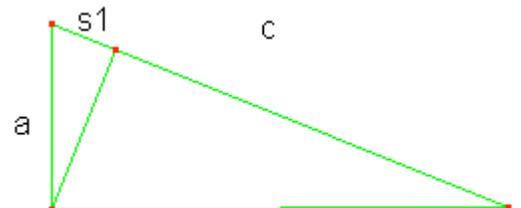


Il y a un lien entre ces 4 distances dans un triangle : les 2 cathètes (a et b), l'hypoténuse (c) et la hauteur (h). Pouvez-vous trouver ce lien? Essayez d'additionner, de soustraire, de multiplier ou de diviser pour trouver la relation entre ces dimensions.

N'oubliez pas de vérifier si votre relation fonctionne dans tous les cas!

Deuxième relation métrique

1- Tracer un triangle rectangle.



- 2- Tracer la hauteur issue du sommet de l'angle droit de ce triangle.
- 3- Tracer un segment (s_1) reliant le sommet et l'intersection de la hauteur et du côté.
- 4- Indiquer la longueur d'une cathète (a) et de sa projection sur l'hypoténuse (s_1) ainsi que celle de l'hypoténuse complète (c).

Il y a un lien entre ces 3 distances dans un triangle : la cathète (a), sa projection sur l'hypoténuse (s_1) et l'hypoténuse (c). Pouvez-vous trouver ce lien?

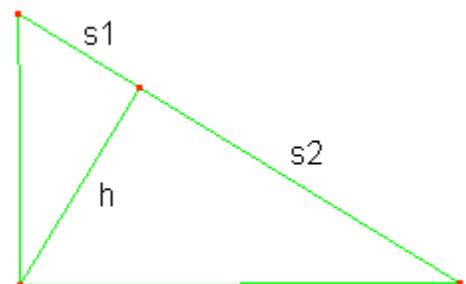
Essayez d'additionner, de soustraire, de multiplier ou de diviser pour trouver la relation entre ces dimensions.

Indice : Vous pouvez multiplier un nombre avec lui-même.

N'oubliez pas de vérifier si votre relation fonctionne dans tous les cas!

Troisième relation métrique

- 1- Tracer un triangle rectangle.



- 2- Tracer la hauteur issue du sommet de l'angle droit de ce triangle.
- 3- Tracer 2 segments qui relient les sommets à l'intersection de la hauteur et de l'hypoténuse (s1 et s2).
- 4- Indiquer la longueur de la hauteur (h) et des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse (s1 et s2).

Il y a un lien entre ces 3 distances dans un triangle : la hauteur (h) et les segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse (s1 et s2). Pouvez-vous trouver ce lien?

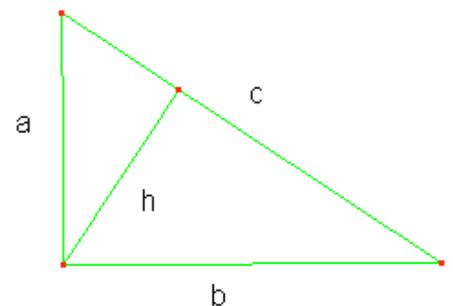
Essayez d'additionner, de soustraire, de multiplier ou de diviser pour trouver la relation entre ces dimensions.

Indice : Vous pouvez multiplier un nombre avec lui-même.

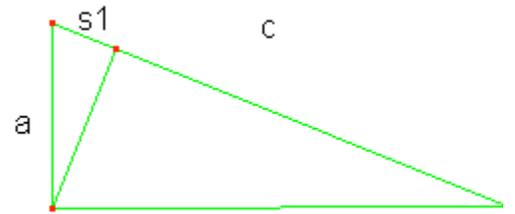
N'oubliez pas de vérifier si votre relation fonctionne dans tous les cas!

Retour sur les 3 relations métriques dans un triangle rectangle.

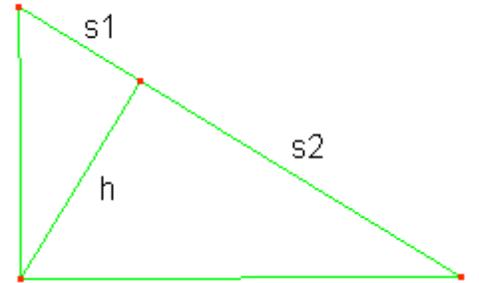
Première relation métrique



Deuxième relation métrique



Troisième relation métrique

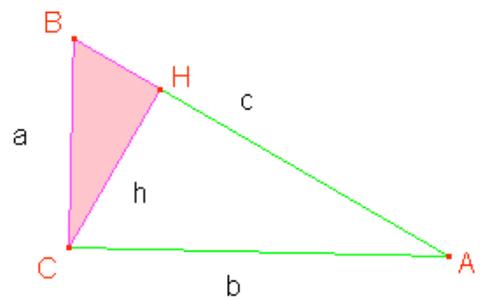


$$a \cdot b = c \cdot h$$

Première relation métrique

ou

$$\frac{a}{c} = \frac{h}{b}$$



$$a \cdot b = c \cdot h$$

Observons le petit triangle ombragé (BHC) par rapport au grand triangle (ABC).

Ces triangles sont semblables.
Par quel cas de similitude le sont-ils? _____

Les côtés sont proportionnels, on a donc les trois égalités suivantes :

$$\text{_____} = \text{_____} = \text{_____}$$

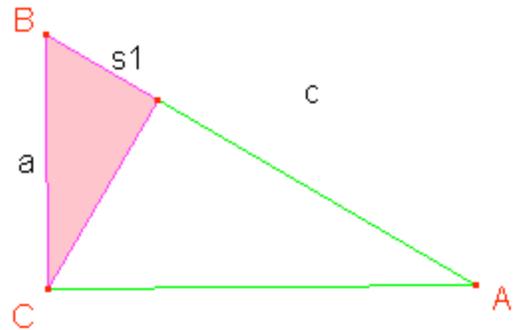
Voilà donc notre première relation métrique!

Deuxième relation métrique

$$a^2 = s_1 \cdot c$$

ou

$$\frac{a}{c} = \frac{s_1}{a}$$



Observons le petit triangle ombragé (BHC) par rapport au grand triangle (ABC).

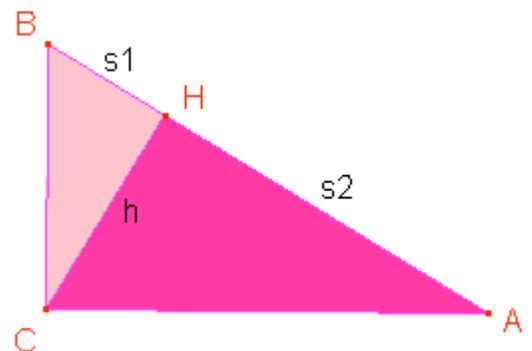
Ces triangles sont semblables.
Par quel cas de similitude le sont-ils? _____

Les côtés sont proportionnels, on a donc les trois égalités suivantes :

$$\text{_____} = \text{_____} = \text{_____}$$

Voilà donc notre deuxième relation métrique!

Troisième relation métrique



$$h^2 = s_1 * s_2$$

ou

$$\frac{h}{s_1} = \frac{s_2}{h}$$

Observons le petit triangle ombragé (BHC) et le triangle plus foncé (HAC).

Ces triangles sont semblables.

Par quel cas de similitude le sont-ils? _____

Les côtés sont proportionnels, on a donc les trois égalités suivantes :

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Voilà donc notre troisième relation métrique!