Activité 4 : Rationalisation du dénominateur d’une expression

*Point d’insertion :* comme introduction à la rationalisation des dénominateurs.

# Contenu : Rationalisation du dénominateur d’une expression.

# Objectif : Pouvoir rationaliser un dénominateur et simplifier des expressions en multipliant par des formes conjuguées.

**Note :** La rationalisation sera caractérisée comme l’opération algébrique consistant à éliminer les radicaux apparaissant au dénominateur d’une expression. Le conjugué d’une somme de deux termes est définie comme étant la différence de ces termes, et vice versa.

**Partie I (20 minutes)**

**Activité utilisant calculatrice et papier-crayon**

|  |
| --- |
| I. a-i) Entre l’expression  dans ta **calculatrice**. Que remarques-tu ? |

\*\*\*\*\*\*

**Note à l’enseignant.** En utilisant la calculatrice, on obtient directement le résultat .

\*\*\*\*\*\*

|  |
| --- |
| I. a-ii) Fais un calcul papier-crayon pour obtenir le même résultat que la calculatrice. |

\*\*\*\*\*\*

**Note à l’enseignant.** La discussion en groupe-classe devrait mettre en lumière cette définition : rationaliser est l’opération consistant à éliminer les radicaux apparaissant au dénominateur d’une expression sans en changer la valeur (ce qui revient à multiplier l’expression par une fraction équivalente à 1).

\*\*\*\*\*\*

**Activité calculatrice et papier & crayon**

I. b) L’activité ci-dessous continue notre travail sur la rationalisation des dénominateurs d’expressions. (Pour aider l’enseignant, les réponses sont fournies dans le tableau).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Expression | Entre chaque expression dans ta **calculatrice** et retranscris le résultat affiché | Travail **papier & crayon** pour transformer l’expression originale en la forme produite par la calculatrice |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

\*\*\*\*\*\*

**Note à l’enseignant.** La discussion en groupe-classe devrait rappeler l’identité , identité qui a déjà été vue par les élèves. Il sera important de discuter de la façon de manipuler les radicaux ainsi que la possibilité d’obtenir –1 comme facteur commun (comme dans le dernier exemple ci-dessus). Le but est de motiver l’élève à multiplier une expression par son conjugué.

\*\*\*\*\*\*

**Activité papier-crayon**

I. c) En te basant sur les stratégies utilisées pour rationaliser les dénominateurs des expressions précédentes, complète le tableau ci-dessous avec **papier-crayon**.

|  |  |
| --- | --- |
| Expression  **(*c* ≥ *0* & *d*≥ 0)** | Manipulation pour rationaliser le dénominateur de l’expression donnée |
|  |  |
|  |  |

Explique pourquoi les restrictions *c*≥ 0et *d*≥ 0 sont nécessaires dans l’étude des expressions ci-dessus. Doit-on spécifier d’autres restrictions ? Si oui, lesquelles ?

\*\*\*\*\*\*

**Note à l’enseignant.** Si la calculatrice avait été utilisée dans les deux cas ci-dessus, celle-ci aurait affiché exactement l’expression entrée comme résultat, pour des raisons qui ne sont pas évidentes. Par conséquent, dans la discussion en groupe-classe, privilégier le travail papier-crayon pour ces deux expressions.

\*\*\*\*\*\*

**Partie II (10 minutes):**

**Activité avec calculatrice et papier-crayon**

|  |
| --- |
| II a) Rationnalise l’expression suivante avec des manipulations **papier-crayon** :  . |

|  |
| --- |
| II b) Quelles restrictions sont nécessaires si l’on veut considérer l’expression précédente ? Explique ta réponse. |

|  |
| --- |
| II c) Entre l’expression  dans ta calculatrice et retranscris le résultat affiché. |

|  |
| --- |
| II d) Si le résultat affiché par la calculatrice est différent de celui que tu as obtenu à la partie II (a), comment peux-tu réconcilier les deux? |

**Note à l’enseignant.** La discussion en groupe-classe devrait être orientée de manière à consolider le travail qui a été réalisé jusqu’à présent.

**Partie III : Un défi**

**(activité papier-crayon)**

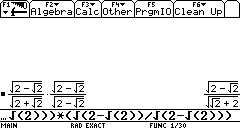
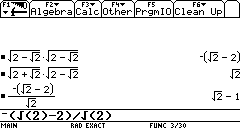
Essayons d’utiliser une stratégie semblable à celle utilisée auparavant pour rationaliser le dénominateur de l’expression .

|  |
| --- |
| III a) Entre l’expression  dans ta **calculatrice** et retranscris le résultat affiché. Que remarques-tu ? |

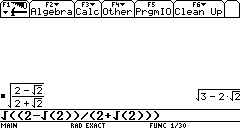
|  |
| --- |
| III b) Quelles manipulations **papier-crayon** peux-tu effectuer pour rationaliser le dénominateur de l’expression  ? |

\*\*\*\*\*\*

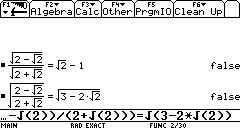
**Note à l’enseignant**. Dans le cas présent, la calculatrice ne simplifie pas l’expression donnée. Nous pouvons proposer que la multiplication soit faite en plusieurs parties : Premièrement, le produit des numérateurs, puis le produit des dénominateurs et, finalement, diviser les deux résultats obtenus. Ceci produit les affichages suivants:

 **Élément à prendre en considération: la calculatrice ne fait pas toujours tout !**

Bien que nous croyions que cette activité soit pertinente, il y a certains éléments auxquels on doit porter attention. Un d’entre eux est le résultat produit par la calculatrice. Il y a une multitude de procédures qui peuvent être utilisées par les élèves dans cette activité. Par exemple, représenter la division des deux radicaux comme un seul radical (avec la division sous le signe du radical).



Maintenant, il est possible qu’à la suite de la discussion en groupe-classe des élèves insistent sur l’équivalence des expressions obtenues (à savoir  et ). S’ils utilisent la calculatrice pour vérifier cette équivalence, ils seront peut être confrontés à des résultats inattendus et incorrects ! Les deux tests représentés dans les affichages ci-dessous démontrent ce qui semble être un bogue de la calculatrice. Nous ne devrions donc pas encourager les élèves à vérifier ces équivalences à l’aide de la calculatrice.



Par contre, l’équivalence suivante est traitée correctement par la calculatrice (voir l’affichage ci-dessous). Cependant, il pourrait être recommandé de vérifier cette équivalence uniquement avec papier-crayon.

