Nom:

Activité 8: Systèmes d’équations

**Leçon 1**: **Introduction aux systèmes d’équations**

**Partie I (avec calculatrice): Utiliser l’évaluation numérique pour vérifier des solutions pour des équations de type donné**

(A) Équations du premier degré à une seule inconnue

1. Le tableau suivant contient une équation et quelques valeurs numériques.

*Sans résoudre* cette équation, détermine (en utilisant ta calculatrice) si les valeurs de la colonne de gauche sont solutions de l’équation. Mais avant d’aller de l’avant, décris et justifie (dans le rectangle ci-dessous) la stratégie que tu vas utiliser pour déterminer si un nombre donné est une solution. Décris aussi quelles informations ta calculatrice te donnera.

Une stratégie recommandée est de substituer la valeur donnée à x dans l’équation. Si la valeur donnée donne le même résultat pour chaque côté, alors cette valeur est une solution. Si la calculatrice affiche “true” quand on remplace x par la valeur donnée, cela signifie que les résultats produits par cette substitution sont égaux.

2. Travaille maintenant avec ta calculatrice (mais sans résoudre). Remplis le tableau ci-dessous avec l’information appropriée.



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Valeurs pour *x* | Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| *x* = -2 | *12x + 15 = 4(x - 2) + 7* **|** *x = -2* | true |
| *x* = 2 | *12x + 15 = 4(x - 2) + 7* **|** *x = 2* | false |
| *x* = -5 | *12x + 15 = 4(x - 2) + 7* **|** *x = -5* | false |

3. Y a-t-il d’autres solutions pour cette équation? Si oui, trouves-en une et justifie ton choix.

Cette équation n’a pas d’autres solutions, car une équation du premier degré à une inconnue n’a qu’une solution (pourquoi?).

(B) Équations du premier degré à deux inconnues

1. Le tableau suivant contient une autre équation et quelques couples de valeurs numériques.

*Sans résoudre* cette équation mais en utilisant encore ta calculatrice, détermine si les couples de valeurs de la colonne de gauche sont solutions de l’équation. Mais avant d’aller de l’avant, décris et justifie (dans le rectangle ci-dessous) la stratégie que tu vas utiliser pour déterminer si un couple de nombres donné est une solution. Décris aussi quelles informations ta calculatrice te donnera.

On substitue les couples de valeurs dans l’équation pour voir si les deux côtés de l’équation produisent les mêmes résultats. La calculatrice affichera “true” si le couple de valeurs donné est une solution.

2. Travaille maintenant avec ta calculatrice (mais sans résoudre). Remplis le tableau ci-dessous avec l’information appropriée.



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Valeurs pour le couple (*x* , *y*) | Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| *x* = 3 et y = 12 | ***|*** x = 3 and y = 12 | false |
| *x* = -3 et y = 4 | ***|*** x = -3 and y = 4 | true |
| *x* = -18 et y = -6 | **|** x = -18 and y = -6 | true |

3. Y a-t-il d’autres solutions pour cette équation? Si oui, trouves-en une et justifie ton choix.

Il y a une infinité de couples qui sont solutions de cette équation du premier degré à deux inconnues. L’une de ces solutions est *x = -9* et *y =* 0, et correspond au couple

(-9,0). Quand on substitue ces valeurs dans l’équation, on obtient une même valeur pour le membre de droite et pour le membre de gauche.

# (C) Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues

1. Le tableau suivant contient un système d’équations et quelques couples de valeurs numériques.

*Sans résoudre* ce système d’équations mais en utilisant encore ta calculatrice, détermine si les couples de valeurs de la colonne de gauche sont solutions de l’équation. Mais avant de poursuivre, décris et justifie (dans le rectangle ci-dessous) la stratégie que tu vas utiliser pour déterminer si un couple de nombres donné est une solution. Décris aussi quelles informations ta calculatrice te donnera.

Un couple de valeurs données est solution d’un système de deux équations à deux inconnues si et seulement si il vérifie les deux équations du système. Ces deux valeurs, une fois substituées, font des *deux* équations des égalités *vraies*.

La calculatrice affichera “true” pour les deux équations si le couple des valeurs substituées est effectivement une solution.

2. Travaille maintenant avec ta calculatrice (mais sans résoudre). Remplis le tableau ci-dessous avec l’information appropriée.



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Valeurs pour le couple (*x* , *y*) | Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| *x* = 0 et *y* = 2 | 2x = 8 - 4y **|** x = 0 and y = 217x - 31y = 3 **|** x = 0 and y = 2 | truefalse |
| *x* = 4 et *y* = 3 | (2x = 8 - 4y **|** x = 4 and y = 3) and(17x - 31y = 3 **|** x = 4 and y = 3) | false |
| *x* = 2 et *y* = 1 | (2x = 8 - 4y **|** x = 2 and y = 1) (17x - 31y = 3 **|** x = 2 and y = 1) | true |

3. Y a-t-il d’autres solutions pour ce système d’équations? Si oui, trouves-en une et justifie ton choix.

|  |
| --- |
| Il n’y a pas d’autre solution pour ce système particulier de deux équations du premier degré à deux inconnues. [Remarque: une représentation graphique de ce système montrerait deux droites se coupant en un seul point.]  |

4. Est-ce que d’autres questions ou idées te sont venues à l’esprit quand tu as travaillé sur ces trois types d’équations? Si oui, quelles sont-elles?

Peut-on prédire combien de solutions aura une équation ou un système d’équations, avant même de le résoudre?

###### Discussion en classe de la partie I

**Partie II (avec calculatrice):**

**Interprétation des solutions données par la calculatrice
pour les équations à une ou deux inconnues**

II (A) Résolution d’une équation à une inconnue.

Utilise la commande “SOLVE” de ta calculatrice pour résoudre l’équation suivante:

*4(3x-7) = 2(3-x)+5*

|  |  |
| --- | --- |
| Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| Solve(*4(3x-7) = 2(3-x)+5*, *x*) | *x = 39/14* |

II (B) Résolution d’une équation à deux inconnues.

Les six questions suivantes concernent l’équation: *2x+7 = 8y+11*.

1. Selon toi, qu’affichera la calculatrice si tu lui demandes de résoudre cette équation pour *x*?

|  |
| --- |
| La calculatrice affichera une expression exprimant *x* en fonction de *y*.  |

2. Utilise ta calculatrice pour résoudre cette équation pour *x*:

|  |  |
| --- | --- |
| Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| Solve(*2x+7 = 8y+11*, *x*) | *x = 2(2y + 1)* |

3. Comment interprètes-tu le résultat affiché par la calculatrice?

|  |
| --- |
| Une interprétation possible:Puisque l’équation comporte deux inconnues, et comme la commande “solve” spécifiait de résoudre pour l’une de ces inconnues, la calculatrice a affiché la “valeur” de cette inconnue en l’exprimant en fonction de l’autre inconnue.  |

4. Selon toi, qu’affichera la calculatrice si tu lui demandes de résoudre cette équation pour *y*?

|  |
| --- |
| La calculatrice affichera la “valeur” de *y* en fonction de *x*. |

5. Utilise la calculatrice pour résoudre l’équation *2x+7 = 8y+11* pour *y:*

|  |  |
| --- | --- |
| Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| Solve(*2x+7 = 8y+11*, *y)* | *y = (x - 2)/4* |

6. Comment interprètes-tu le résultat affiché par la calculatrice?

|  |
| --- |
| La calculatrice a bien affiché la “valeur” de *y* en fonction de *x*.  |

II (C) Distinctions entre les solutions d’équations à une et à deux inconnues

1. Tu as probablement remarqué que, dans la partie II (A), la calculatrice a affiché une valeur numérique comme solution pour *x*. Par ailleurs, dans la partie II (B), la calculatrice a affiché la solution pour *x* sous la forme d’une expression algébrique. Comment expliques-tu cette différence?

|  |
| --- |
| L’équation en II A contenait une seule inconnue; la calculatrice a donc pu déterminer et afficher une valeur numérique comme solution. Cependant, l’équation en II B contenait deux inconnues; dans ce cas, la calculatrice ne peut afficher que la relation entre les deux inconnues, en exprimant l’une (celle pour laquelle tu lui demandais de résoudre) en fonction de l’autre. Dans ce dernier cas, comme on le verra à la question suivante, il est aussi possible d’obtenir comme solutions des couples de valeurs numériques. [En passant, cette équation a un nombre infini de solutions (pourquoi?)] |

2. Comment peux-tu utiliser les expressions affichées par la calculatrice pour trouver des solutions numériques à l’équation *2x+7 = 8y+11*?

|  |
| --- |
| On peut substituer des valeurs numériques pour *x* (ou pour *y*) dans les expressions de *y* en termes de *x* (ou de *x* en fonction de *y*). Cela produira une valeur numérique pour l’autre membre du couple solution. Par exemple, si on remplace *x* par 6 dans *y = (x - 2)/4*, *y* prendra la valeur 1. Si on substitue les valeurs *x = 6* et *y = 1* dans l’équation *2x+7 = 8y+11*, les deux côtés auront le même résultat numérique puisque *x = 6* et *y = 1* est solution de l’équation. On peut obtenir d’autres solutions de la même manière.  |

##### **Discussion en classe de la partie II A, B, C**

II (D) Utilisation de la calculatrice pour trouver et vérifier des solutions d’équations à deux inconnues

1. Utilise la calculatrice pour trouver trois solutions de chacune des équations (en gardant trace de ta démarche dans les tableaux ci-dessous). Pour chaque équation, utilise ta calculatrice pour vérifier au moins une de ces solutions.

 (a) 

|  |  |
| --- | --- |
| Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| Solve(, *x*)x = 15y - 22 **|** y = {1, 2, 3} **|** x = 8 and y = 2 | x = 15y - 22x = {-7, 8, 23}true |

(b) 

|  |  |
| --- | --- |
| Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| Solve(, *y*)*y* = -7(72x - 37)/24 **|** x = {1, 2, 3} **|** *x =* 3 and *y* = -1253/24 | *y* = -7(72x - 37)/24*y* = {-245/24, -749/24, -1253/24}true |

2. Mentionne au moins une question ou une idée que tu as eue en faisant la partie II D (par exemple, une question portant sur les difficultés que tu as éprouvées).

**Leçon 2** (Parties IIIA, IIIB, IIIC)

**Partie IIIA (papier-crayon): Revue des méthodes de comparaison et de substitution**

1. Utilisons la méthode de COMPARAISON pour résoudre un système d’équations linéaires (voir la page 126 de ton manuel).

|  |  |
| --- | --- |
| MÉTHODE DE COMPARAISONLa méthode de comparaison algébrique consiste à: | x + 3y = 57x + 6y = 20 |
| 1. Isoler la même inconnue dans chacune des équations, créant de ce fait deux expressions avec une seule inconnue commune. |  y = (5-x)/3y = (20-7x)/6 |
| 2. Poser une égalité entre les deux expressions obtenues à l’étape 1, obtenant ainsi une équation à une inconnue.  |  (5-x)/3 = (20-7x)/6 |
| 3. Résoudre l’équation ainsi obtenue. | (5-x)/3 = (20-7x)/62(5-x) = (20-7x)10-2x = 20-7x7x-2x = 20-105x = 10 x = 2 |
| 4. Substituer la valeur numérique résultante dans l’une des équations du système, pour calculer la valeur de l’autre inconnue du couple solution.  | y = (5 – x)/3 = (5 – 2)/3 = 1Le couple solution est donc (x, y) = (2, 1)Vérifie ceci! |

Question: Pourquoi penses-tu que cette méthode est appelée “méthode de comparaison” (en d’autres mots, dans quel sens fait-on une comparaison dans cette méthode)?

On isole l’inconnue *y* dans les deux équations ci-dessus (étape 1) pour produire deux expressions distinctes en *x*. Puis on compare ces deux expressions en *x* au moyen d’une équation. Établir une équation réalise donc une comparaison (prenant la forme d’une égalité) entre les deux expressions. On cherche ensuite une valeur de *x* satisfaisant les deux expressions. Nous trouvons, de cette façon, un couple, (*x*, *y*), satisfaisant les deux équations.

2. Utilisons la méthode de SUBSTITUTION pour résoudre un système d’équations linéaires (voir la page 128 de ton manuel)

|  |  |
| --- | --- |
| MÉTHODE DE SUBSTITUTIONLa méthode de substitution algébrique consiste à: | 2x + 3y = 255x + y = 30 |
| 1. Isoler, si nécessaire, une des inconnues dans une des équations.  | y = 30 – 5x |
| 2. Substituer l’expression obtenue à l’étape 1 à l’inconnue appropriée dans l’autre équation, produisant ainsi une équation à une seule inconnue.  | 2x + 3(30 – 5x) = 25 |
| 3. Résoudre l’équation obtenue à l’étape 2. | 2x + 90 – 15x = 25 -13x = 25-90-13x=-65 x = 65/13 |
| 4. Susbtituer la valeur obtenue dans l’une des équations du système pour calculer la valeur correspondante de l’autre inconnue du couple solution.  | y = 30 – 5(65/13)= 65/13Le couple solution est (x, y) = (65/13, 65/13)Vérifie ceci! |

Question: Pourquoi penses-tu que cette méthode est appelée “méthode de substitution”?

|  |
| --- |
| À l’étape 1 ci-dessus, on isole l’inconnue *y* dans une des équations pour obtenir une expression de *y* en fonction de *x*. On substitue ensuite cette expression de *y* dans l’autre équation; en fait, on remplace l’inconnue *y* dans cette équation par l’expression en question. On élimine de cette façon toute référence explicite à *y* dans la seconde équation.  |

3. De quelle façon ces deux méthodes (de comparison et de substitution) te permettent-elles de réduire la situation donnée à une autre qu’on sait déjà traiter?

|  |
| --- |
| Les deux méthodes nous permettent essentiellement d’éliminer les références à l’une des deux inconnues. De cette façon, nous ramenons notre système d’équations à une équation d'une seule inconnue, que nous pouvons résoudre.  |

# **Discussion en classe de la partie** **IIIA**

### Partie IIIB (avec calculatrice): Méthode de comparaison et calculatrice

Voici un système d’équations linéaires: 

1. Utilise ta calculatrice pour résoudre ce système en te servant de la méthode de comparaison (en gardant trace de ta démarche dans les tableaux ci-dessous).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| La méthode de comparaison consiste à: | Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| 1. Isoler la même inconnue dans chaque équation, créant ainsi deux expressions avec une seule inconnue commune.  | Solve(*x - 8=2y+2, x*)Solve(*3x+5y+3=0*, *x*) | *x=2y+10**x=-(5y+3)/3* |
| 2 & 3. Égaler les deux expressions obtenues à l’étape 1, obtenant ainsi une équation à une inconnue; résoudre cette équation.  | Solve(*2y+10=-(5y+3)/3*, *y*) | *y=-3* |
| 4. Remplacer la valeur obtenue dans l’une des équations du système pour calculer la valeur de l’autre inconnue du couple solution.  |   *x=2y+10* **|** y=-3 | *x=4* |

2. Comment utiliser la calculatrice pour vérifier que ta solution est correcte?

|  |
| --- |
| Utiliser le test: “(*x-8=2y+2* and *3x+5y+3=0*) **|** *x=4* and *y=-3”*. La calculatrice affichera “true” si le couple est solution du système.  |

3. À L’étape 4 de la question précédente, tu as remplacé la valeur obtenue à l’étape 3 (pour la première inconnue) dans l’une des équations. Remplace maintenant cette même valeur (obtenue à l’étape 3) dans l’autre équation. Que vois-tu? Pourquoi est-ce ainsi?

|  |
| --- |
|  Si on utilise l’opérateur d’évaluation “*x=-(5y+3)/3* **|** *y=-3*”, la calculatrice affiche alors “*x=4*”. On constate que c’est la même valeur que celle obtenue en remplaçant *y=-3* dans l’autre équation qui exprime *x* en fonction de *y*. Ce n’est pas surprenant puisque si *y=-3,* la seconde composante du couple solution du système, alors sa substitution dans chaque équation (ou dans toute équation équivalente) du système donné va donc produire la valeur numérique de la première composante du couple solution du système. C’est ainsi parce que, par définition même, un couple solution doit satisfaire *les deux* équations.  |

# **Discussion en classe de la partie IIIB**

### Partie IIIC (avec calculatrice): Méthode de susbtitution et calculatrice

1. Utilise ta calculatrice pour résoudre le système suivant en te servant de la méthode de substitution (en gardant trace de ta démarche dans les tableaux ci-dessous).



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| La méthode de substitution consiste à: | Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| 1. Isoler, si nécessaire, l’une des inconnues dans l’une des équations. | Solve(*x+3y = 5*, *x*) | *x=5 - 3y* |
| 2. Substituer l’expression obtenue à l’étape 1 pour l’inconnue appropriée dans l’autre équation, créant ainsi une équation à une seule inconnue.  | *7x+6y=20* **|** *x=5 - 3y* | *35 - 15y=20* |
| 3. Résoudre l’équation obtenue à l’étape 2.  | Solve(*35 - 15y=20*, *y*) | *y=1* |
| 4. Substituer la valeur obtenue dans l’une des équations du système pour calculer la valeur de l’autre inconnue, et former le couple solution.  | *x=5 - 3y* **|** *y=1* | *x=2* |

2. Comment peux-tu vérifier avec la calculatrice que ta solution est correcte?

|  |
| --- |
| On peut utiliser une stratégie semblable à celle décrite à la question 2 de la partie IIIB.  |

3. De ces deux méthodes (comparaison et susbtitution), laquelle préfères-tu? Pourquoi?

|  |
| --- |
|  |

4. Qu’est-ce que ces deux méthodes ont en commun?
(STP, dis-le en tes propres mots, sans retranscrire certaines étapes de ces méthodes.)

|  |
| --- |
| Le fonctionnement de ces deux méthodes obéit à une même logique et vise un but commun: réduire un système de deux équations à deux inconnues à une situation mettant en jeu une équation à une inconnue, que nous pouvons facilement résoudre. Nous déterminons ainsi la valeur d’une des inconnues. La valeur de l’autre inconnue peut ensuite être déterminée après une substitution dans l’une ou l’autre des équations (qui sont équivalentes). |

# **Discussion en classe de la partie IIIC**

### Devoir

À l’aide de ta calculatrice et de la méthode (comparaison ou substitution) qui te sembles la plus appropriée, résous les systèmes d’équations linéaires suivants:

(1) *y + 1 = x + 6*

*y – 4 = -x + 3*

(2) *3x + y = 23*

#### 2x + 3y = 48

(1) On peut considérer que la méthode de comparaison est plus appropriée pour résoudre le premier système (pourquoi?):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| La méthode de comparaison consiste à: | Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| 1. Isoler la même inconnue dans chaque équation, créant ainsi deux expressions avec une seule inconnue commune. | Solve(*y + 1 = x + 6, y*)Solve(*y – 4 = -x + 3, y*) | *y=x+5**y=-x+7* |
| 2 & 3. Égaler les deux expressions obtenues à l’étape 1, obtenant ainsi une équation à une inconnue; résoudre cette équation. | Solve(x+5=-x+7, x) | *x=1* |
| 4. Remplacer la valeur obtenue dans l’une des équations du système pour calculer la valeur de l’autre inconnue du couple solution. |  *y=x+5* **|** *x*=1 | *y=6* |

Pour vérifier que le couple (1, 6) est bien une solution du premier système, on peut susbtituer ces valeurs à toutes les occurrences des inconnues correspondantes (dans chaque équation) pour vérifier que les deux équations sont bien satisfaites.

Si on remplace dans la première équation, *y + 1 = x + 6*, on obtient 6+1=7 pour le membre de gauche et 1+6=7 pour le membre de droite. Le couple satisfait donc bien à la première équation.

Si on remplace dans la seconde équation, *y – 4 = -x + 3*, on obtient 6-4=2 pour le membre de gauche et –1+3=2 pour le membre de droite. Le même couple de valeurs satisfait donc aussi à la seconde équation.

On a donc vérifié que (1, 6) est bien le couple solution de ce système d’équations.

(2) On peut considérer que la méthode de substitution est plus appropriée pour résoudre le second système (pourquoi?):

*3x + y = 23*

*2x + 3y = 48*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| La méthode de substitution consiste à: | Commande tapée à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| 1. Isoler, si nécessaire, l’une des inconnues dans l’une des équations. | Solve(*3x + y = 23, y*) | *y=23 - 3x* |
| 2. Substituer l’expression obtenue à l’étape 1 pour l’inconnue appropriée dans l’autre équation, créant ainsi une équation à une seule inconnue. | *2x + 3y = 48* **|** *y=23 - 3x* | *69 - 7x=48* |
| 3. Résoudre l’équation obtenue à l’étape 2. | Solve(*69 - 7x=48, x*) | *x=3* |
| 4. Substituer la valeur obtenue dans l’une des équations du système pour calculer la valeur de l’autre inconnue, et former le couple solution. | *y=23 - 3x* **|** *x=3* | *y=14* |

On vérifie que le couple (3, 14) est bien solution de ce second système en utilisant la même stratégie que celle décrite à la question précédente:

En faisant les substitutions appropriées dans le membre de gauche de la première équation,

*3x + y = 23,* nous obtenons 3(3)+14=23, qui est égal au membre de droite de l’équation.

De même, en faisant les substitutions appropriées dans le membre de gauche de la seconde équation, *2x + 3y = 48*, nous obtenons 2(3)+3(14)=6+42=48, qui est égal au membre de droite de l’équation.

Donc, (3, 14) est bien un couple solution de ce second système d’équations.