Activité 2 : Suite de l’équivalence des expressions

**Leçon 3**

Partie I (30 minutes) : Exploration et interprétation des effets de la touche ENTER

 et des commandes EXPAND et FACTOR

*Note à l’enseignant*

Certaines difficultés anticipées chez les élèves durant l’activité devraient être abordées lors de la discussion suivant le travail individuel.

1. Dans la Partie I : mettre en relation la structure de l’expression 1 donnée et le résultat fourni par la commande EXPAND. Faire un lien avec la distributivité de la multiplication/division sur l’addition peut aider.



2. Travailler avec des expressions dont la forme implique la factorisation du nombre -1. Cela survient la première fois pour l’expression 3 de la Partie I. Cette difficulté refait surface dans le devoir (Partie III). Dans cette partie, les élèves auront peut être à réaliser des manipulations algébriques papier-crayon pour déterminer le plus grand ensemble commun de valeurs admissibles pour *x*.

3. Qualifier l’équivalence. Dans la Partie I B, pour l’expression 4 donnée, les commandes de la calculatrice produisent une forme simplifiée « cachant » les contraintes sur les valeurs admissibles de *x* (à savoir \{-2}). Les élèves auront sûrement besoin d’être guidés pour comprendre que l’équivalence des expressions 1 et 4 est sujette aux contraintes sur *x* dans l’expression 4 donnée. Dans la Partie II A, les élèves seront encore une fois confrontés à cette difficulté. Dans ce cas, l’ensemble commun des valeurs admissibles pour *x* est \{-3, 4}. Les élèves y seront confrontés une fois de plus dans le devoir (Partie III).

I(A) **(avec la calculatrice)** Complète le tableau ci-dessous avec les résultats affichés par ta calculatrice. (Note : les résultats ont été inscrits dans la version de l’enseignant)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Expression donnée**  | **Résultat obtenu via la touche ENTER** | **Résultat produit par****FACTOR** | **Résultat produit par EXPAND** |
| 1.  |  |  |  |
| 2. |   |   |   |
| 3.  |   |   |   |
| 4.  |  |  |  |

I(B) **(avec papier-crayon)**

1. Pour l’expression 1 (de la Partie I A) : 

* Décris comment la structure de chacune des 3 formes produites par la calculatrice se compare à celle de l’expression donnée.
* Ces trois formes sont-elles équivalentes à l’expression donnée ? Explique STP.

2. Pour l’expression 2, , montre comment arriver à la forme produite par la touche ENTER à l’aide de manipulations algébriques.

3. Considère l’expression 3 : . Montre par des manipulations algébriques (**papier-crayon**) comment obtenir la forme  produite par la commande FACTOR.

4. Considère l’expression 4 : . Montre par des manipulations algébriques (**papier-crayon**) comment obtenir la forme  produite par la commande EXPAND.

5. Dans le tableau de la Partie I A ci-dessus, quelles sont les expressions qui sont équivalentes entre elles (trouves-en le plus possible) ? Est-ce que ces équivalences sont sujettes à des contraintes sur les valeurs admissibles de *x*? Explique STP.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Après le travail individuel, discussion en classe des Parties I A et B : « Quelles sont les expressions équivalentes dans le tableau ci-dessus ? »

Deux difficultés supplémentaires qui doivent être mises en lumière par l’enseignant durant la discussion :

1. Chacune des commandes de la calculatrice produit une expression qui est équivalente, sous certaines contraintes, à l’expression donnée. Ces expressions sont donc équivalentes entre elles.
2. Parmi les quatre expressions données, 2 et 3 sont équivalentes, tout comme 1 et 4 (sous la contrainte que *x* ≠ -2). Pourquoi ? (Comment les élèves ont-ils decidé/determiné ces équivalences ?)

**Partie II (30 min.)**: **Démonstration de l’équivalence d’expressions en utilisant diverses approches avec la calculatrice**

Voici une liste de quatre expressions équivalentes, à certaines contraintes près.

Tableau 1

|  |
| --- |
| Expression donnée  |
| 1.  |
| 2.  |
| 3.  |
| 4.  |

II(A) Détermine le plus grand ensemble de valeurs admissibles pour *x* pour cet ensemble d’expressions. Montre et explique comment tu as fait.

*Note :* la réponse est fournie dans la version de l’enseignant.

|  |
| --- |
|  \ {-3, 4} |

II(B) En utilisant chacune des quatre méthodes **une et une seule fois**, montre que les quatre expressions du tableau 1 sont toutes équivalentes. Dans le tableau 2, écris ce que tu as tapé à la calculatrice et ce qu’elle a répondu.

*Note :* tu dois user de stratégie pour décider quelle expression et quelle commande utiliser. Tu peux utiliser la feuille de travail de la dernière page pour garder des traces de ton travail.

Tableau 1

|  |
| --- |
| Expression donnée |
| Exp1 :  |
| Exp2 :  |
| Exp3 :  |
| Exp4 :  |

Tableau 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Méthode calculatrice** | **Ce que tu as tapé à la calculatrice** | **Résultat affiché par la calculatrice** |
| Test d’égalité |  |  |
| FACTOR |  |  |
| EXPAND |  |  |
| ENTER |  |  |

II(C) En utilisant **seulement** les résultats du tableau 2, montre les six équivalences énoncées dans le tableau 3.

*Note :* pas besoin de remplir les cases dans l’ordre où elles sont présentées.

Tableau 3 (le symbole “≡” dénote l’équivalence)

|  |  |
| --- | --- |
| **Énoncé d’équivalence** | **Preuve de l’équivalence** |
| Exp1 ≡ Exp2 |  |
| Exp 1 ≡ Exp3 |  |
| Exp1 ≡ Exp4 |  |
| Exp2 ≡ Exp3 |  |
| Exp2 ≡ Exp4 |  |
| Exp3 ≡ Exp4 |  |

Discussion en classe des Parties II A, B, C.

(i) L’idée centrale est d’utiliser la transitivité de ≡ pour prouver les équivalences énoncées dans le tableau 3. Par exemple, les élèves peuvent remplir le tableau de la manière suivante (il est à noter que nous utilisons notre propre notation dans cet exemple). Cette approche, ou toute autre approche similaire, permet de justifier les six équivalences du tableau 3. Un élément clé de cette approche consiste à remarquer que la forme développée de, par exemple, l’expression 1 est la même que la forme de l’expression 3 donnée.

Tableau 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Méthode calculatrice** | **Ce que tu as tapé à la calculatrice** | **Résultat affiché par la calculatrice** |
| Test d’égalité | Exp3=Exp4 | True |
| FACTOR | FACTOR (Exp4) | 3(*x*–3)(2*x*–1) |
| EXPAND | EXPAND (Exp1) | Exp3 |
| ENTER | Exp2 (ensuite appuie sur ENTER) | 3(*x*–3)(2*x*–1) |

(ii) Un autre point à soulever est le format alternatif du test d’égalité (c’est-à-dire « Exp3 **–** Exp4 = 0 »). À ce point de l’activité, les élèves peuvent vouloir essayer ce test alternatif.

**Partie III :** **Devoir**

But : voir comment les élèves, lorsqu’ils sont laissés à eux-mêmes, travaillent pour montrer l’équivalence. Voir s’ils remarquent que les formes factorisée et développée des expressions de l’ensemble donné sont identiques. Questions suggérées pour la discussion : est-ce que quelqu’un a utilisé FACTOR, en opposition à EXPAND, pour toutes les expressions ? Si c’est le cas, comment se comparent ces formes ?)

A. Montre que les quatre expressions du tableau 4 sont équivalentes, en utilisant la ou les approche(s) de ton choix avec la calculatrice. Décris ton travail dans le tableau 5.

**Tableau 4**

|  |
| --- |
| Expression donnée  |
| 1.  |
| 2.  |
| 3.  |
| 4.  |

**Tableau 5**

|  |  |
| --- | --- |
| **Ce que tu as tapé à la calculatrice** | **Résultat affiché par la calculatrice** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Explique comment les résultats du tableau 5 te permettent de conclure que les quatre expressions sont équivalentes.

|  |
| --- |
|  |

B. Trouve le plus grand ensemble commun de valeurs admissibles pour *x* pour cet ensemble d’expressions. Montre comment tu as pu le déterminer.

|  |
| --- |
|  |

C. Es-tu surpris(e)par les formes factorisées (via FACTOR) et développées (via EXPAND) de ces quatre expressions ? Explique STP.

|  |
| --- |
|  |

**Feuille de travail pour la Partie II (B)**

|  |  |
| --- | --- |
| Ce que tu as tapé à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |