Activité 3 : La transition des expressions aux équations

*Point d’insertion :* une semaine avant de terminer l’Activité 2 ou immédiatement après l’Activité 2.

**Note à l’enseignant :** cette activité de transition est fondamentale. L’essentiel de cette transition est d’ancrer les équations et leurs résolutions dans l’idée d’équivalence/non-équivalence des expressions algébriques. On veut ainsi caractériser les équations et leurs résolutions en termes d’expressions algébriques équivalentes (ou non équivalentes). Cette approche de la résolution d’équations est souvent négligée par les approches traditionnelles, basées sur les habiletés. Il est à noter que l’enseignant doit mettre l’emphase sur la relation étroite entre les expressions équivalentes/non-équivalentes et les équations (avec leurs résolutions). L’enseignant doit également être attentif aux difficultés conceptuelles engendrées par une telle relation.

**Partie I (avec la calculatrice) :**

**Introduction à l’utilisation de la commande SOLVE** (10 minutes)

Lors de la première activité sur l’équivalence, nous avons rencontré des expressions qui n’étaient pas équivalentes. (Rappel de la définition d’équivalence : « Si, pour chaque nombre admissible, chacune des expressions donne la même valeur lorsque ce nombre est substitué à *x*, alors on dit que ces expressions sont *équivalentes* sur l’ensemble des valeurs admissibles. »)

Quand nous avons entré dans la calculatrice des équations formées avec des expressions non-équivalentes, la réponse affichée par la calculatrice n’était pas « true ». C’était parce qu’il y avait seulement *certaines* (ou *aucune*) valeurs de *x* qui, lorsque substituées des deux côtés de l’équation, produisaient des résultats égaux. Dans la présente activité, nous allons utiliser la calculatrice pour trouver les valeurs de *x* qui produisent des résultats égaux pour les expressions données.

Voici l’exemple de deux expressions qui ne sont clairement pas équivalentes : *x*2 et *x.*

Si nous entrons dans la calculatrice une équation formée à l’aide de ces deux expressions (*x*2= *x*), elle n’affichera pas « true ». Pour trouver les valeurs de *x* pour lesquelles les deux expressions produisent des résultats égaux, nous pouvons utiliser la commande SOLVE de la calculatrice.

**Syntaxe**: SOLVE (Expr1 = Expr2, *x*), en supposant que “*x*” est le nom de la variable qui apparaît dans chaque expression, et que Expr1 et Expr2 représentent les expressions données.

**Résous l’équation *x*2= *x* en utilisant la commande SOLVE de ta calculatrice.**

1. Quel résultat est affiché par ta calculatrice ?
2. Peux-tu prévoir ce que la calculatrice affichera quand on substituera chacune de ces valeurs de *x* dans l’équation ?
3. En utilisant l’opérateur de substitution de ta calculatrice (“ **|** ”), vérifie si la calculatrice affiche bien ce que tu as prévu à la question 2.

**Syntaxe**: Expr1=Expr2 **|** *x* = *valeur*

**Terminologie**: les valeurs de *x* pour lesquelles les deux expressions produisent des résultats égaux sont appelées les « solutions » de l’équation.

Partie II (avec la calculatrice, 20 minutes) :

Retour sur les expressions et sur leur intégration subséquente dans des équations

Voici trois expressions :

1. *x*(*x*2–9)
2. (*x*+3)(*x*2–3*x*) –3*x*–3
3. (*x*2–3*x*)(*x*+3)

II(A) Utilise ta calculatrice pour déterminer quelles expressions sont équivalentes. Remplis le tableau ci-dessous avec les informations pertinentes.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ce que tu as tapé à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice | Ton interprétation de cet affichage de la calculatrice |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

II(B) Quelles expressions sont équivalentes ? Quelles expressions ne sont pas équivalentes ? Explique STP.

II(C) Construis une équation en utilisant une paire d’expressions non-équivalentes tirée de la question IIB ci-dessus. Utilise ta calculatrice pour déterminer les valeurs de *x* (s’il en existe) pour lesquelles les deux expressions de ton équation sont égales.

|  |  |
| --- | --- |
| Ce que tu as tapé à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
|  |  |
|  |  |

II(D) Comment utiliserais-tu ta calculatrice pour vérifier que les valeurs de *x* trouvées à la question II(C) sont bien des solutions de ton équation. Remplis le tableau ci-dessous avec les informations pertinentes.

|  |  |
| --- | --- |
| Ce que tu devrais taper à la calculatrice | Ce que la calculatrice afficherait |
|  |  |

II(E) Construis une équation en utilisant une autre paire d’expressions non-équivalentes tirée de la question IIB ci-dessus. **Sans utiliser ta calculatrice ni des manipulations algébriques papier-crayon**, prédis la solution de cette équation (en utilisant uniquement un argument logique). Explique STP.

II(F) Construis une équation en utilisant une paire d’expressions **équivalentes** tirée de la question IIB ci-dessus. **Sans utiliser ta calculatrice ni des manipulations algébriques papier-crayon**, prédis la solution de cette équation (en utilisant uniquement un argument logique). Explique STP.

# Discussion en classe des Parties I et II

**Discussion en groupe-classe**. Les expressions 1 et 3 (Expr1 et Expr3) sont équivalentes. En ce qui concerne la Question E, il sera intéressant de vérifier si les élèves se sont rendus compte qu’ils n’ont pas besoin de résoudre plus d’une équation impliquant des paires d’expressions non-équivalentes (c-à-d. soit SOLVE Expr1=Expr2 ou SOLVE Expr2 = Expr3). Similairement, à la Question F, les élèves ne devraient pas avoir besoin de résoudre Expr1=Expr3 pour prendre conscience que toutes les valeurs de *x* satisfont l’équation.

## Partie III (papier-crayon, 15 minutes): Construction d’équations et d’identités

**III(A)** 1. Construis une équation en utilisant **deux expressions équivalentes** de ton choix

2. Explique pourquoi ces deux expressions sont équivalentes.

3. Sans la résoudre, quelles sont les solutions de cette équation ?

4. Comment pourrais-tu utiliser ta calculatrice pour vérifier ta réponse à la question précédente?

**III(B)** 1. Construis une équation, utilisant **deux expressions non-équivalentes** de ton choix.

2. Explique pourquoi ces deux expressions ne sont pas équivalentes.

3. Quelles sont les solutions de cette équation ?

4. Comment pourrais-tu utiliser ta calculatrice pour vérifier ta réponse à la question précédente?

# Discussion en classe de la Partie III, A et B

**Discussion en groupe-classe.** Faire en sorte que plusieurs élèves partagent leurs réponses et leurs pensées à propos des questions A et B. En particulier, il serait intéressant de savoir comment les élèves interprètent leurs prédictions sur les affichages que devraient fournir la calculatrice à la question 4. (c’est-à-dire que signifie « true » pour la solution d’une équation formée par deux expressions équivalentes à la question A4 ? La même question se pose pour la question B4).

La Partie B soulève des problèmes spéciaux : aux questions B3 et B4, il y a respectivement deux possibilités de solutions anticipées et de vérification à l’aide de la calculatrice. C’est-à-dire que pour des équations formées à partir d’expressions non-équivalentes, deux cas sont possibles : les équations donnent des égalités vraies pour certaines valeurs de *x* versus les équations n’ont pas de solution. Il s’agit d’un moment approprié pour utiliser les représentations graphiques pour affiner la distinction entre ces deux cas. Cependant, comme ce problème refait également surface à la Partie IV, il peut être plus opportun de se référer aux représentations graphiques à ce moment.

Introduire la terminologie suivante : une équation composée de deux expressions équivalentes est communément appelée une **identité** (le côté droit et le côté gauche sont identiquement égaux).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Partie IV (avec la calculatrice, 15 minutes) : synthèse de divers types d’équations**

1. Résous les équations suivantes en utilisant la commande SOLVE de ta calculatrice.

(Trois types d’équations : deux énoncés conditionnels, une identité et une contradiction).

|  |  |
| --- | --- |
| Équation donnée | Résultat affiché par la calculatrice |
| 1. (2–*x*)2 = *x*(2*x*–4) |  |
| 2. (*x*–5)(3*x*+7)–5 = 3*x*2–8*x*–40 |  |
| 3. 3*x*2–*x*–1 = 2*x*+5 |  |
| 4. |  |

2. Décris comment interpréter chacune des réponses de la calculatrice à la question précédente.

3. Qu’est-ce que la nature de la (des) solution(s) d’une équation te révèle sur l’équivalence ou la non-équivalence des expressions composant cette équation ?

### Discussion en classe de la Partie IV

**Discussion en groupe-classe**. La Partie IV résume les trois différents types d’équations qui ont été présentés aux élèves : celles qui sont vraies pour certaines valeurs, celles qui sont vraies pour toutes les valeurs et celles qui ne sont vraies pour aucune valeur de *x* (contradictions). Les élèves interprètent les affichages de la calculatrice relativement à la résolution de chacun des types (en particulier la contradiction). Les élèves auront peut-être besoin de voir des exemples supplémentaires plus simples (évidents à l’inspection) de contradictions. Pour conclure, il serait utile que des élèves interprètent des équations qui sont des contradictions (c.-à-d. vraies pour aucune valeur) en terme d’équivalence : le côté droit et le côté gauche de l’équation sont des expressions non équivalentes qui ne donneront **jamais** des résultats égaux, peu importe la valeur utilisée pour remplacer *x*. Ceci devrait être comparé aux deux autres cas qui ont été traités précédemment (quand le côté droit et le côté gauche de l’équation donnent des valeurs égales pour **toutes** les valeurs substituées à *x*, versus le côté droit et le côté gauche donnant des valeurs égales uniquement pour **certaines** valeurs de *x*). Si l’enseignant croit que les élèves en bénéficieront, des exemples supplémentaires de tout ceci pourront être donnés en devoir.