Nom:

Date:

Activité 3: Transition des expressions aux équations

**Partie I (avec calculatrice): Introduction à l’utilisation de la commande SOLVE**

Lors de notre première activité sur l’équivalence, nous avons rencontré des expressions qui n’étaient pas équivalentes. (Rappel de la définition d’équivalence: “Si, pour toute valeur admissible pour x, chacune des expressions prend la même valeur, nous disons que ces expressions sont équivalentes sur cet ensemble de valeurs admissibles.”)

Quand nous avons entré dans la calculatrice des équations formées avec des expressions non-équivalentes, la réponse affichée par la calculatrice n’était pas “true”. C’était parce qu’il y avait seulement *certaines* (ou *aucune*) valeurs de *x* qui, lorsque substituées des deux côtés de l’équation, produisaient des résultats égaux. Dans la présente activité, nous allons utiliser la calculatrice pour trouver les valeurs de *x* qui produisent des résultats égaux pour les expressions données.

Voici un exemple de 2 expressions qui ne sont clairement pas équivalentes: *x*2 et *x.*

Si nous entrons dans la calculatrice une équation formée à l’aide de ces deux expressions (*x*2= *x*), elle n’affichera pas “true”. Pour trouver les valeurs de *x* pour lesquelles les deux expressions produisent des résultats égaux, nous pouvons utiliser la commande SOLVE de la calculatrice.

**Syntaxe**: SOLVE (Expr1 = Expr2, *x*), en supposant que “*x*” est le nom de la variable qui apparaît dans chaque expression, et que Expr1 et Expr2 representent les expressions données.

**Résous l’équation *x*2= *x* en utilisant la commande SOLVE de ta calculatrice**.

1. Quel résultat est affiché par ta calculatrice?

*x = 1 or x = 0*

1. Peux-tu prévoir ce que la calculatrice affichera quand on substituera chacune de ces valeurs de *x* dans l’équation?

True

En utilisant l’opérateur de substitution de ta calculatrice (“ **|** ”), vérifie si la calculatrice affiche bien ce que tu as prévu à la question 2.

**Syntaxe**: Expr1=Expr2 **|** *x* = *valeur*

**Terminologie**: Les valeurs de *x* pour lesquelles les deux expressions produisent des résultats égaux sont appelées les “solutions” de l’équation.

**Partie II (avec la calculatrice):**

**Retour sur les expressions et sur leur intégration subséquente dans des équations**

Voici trois expressions:

1. *x(x2-9),*
2. *(x+3)(x2-3x)-3x-3*
3. *(x2-3x)(x+3)*

**II(A)** Utilise ta calculatrice pour déterminer quelles expressions sont équivalentes. Remplis le tableau ci-dessous avec les informations pertinentes.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ce que tu as tapé à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice | Ton interprétation de cet affichage de la calculatrice |
| *x(x2-9) = (x+3)(x2-3x)-3x-3* | *x(x2-9) = x3—12x—3* | Exp1 et Exp2 ne sont pas équivalentes |
| *x(x2-9) = (x2-3x)(x+3)* | true | Exp1 et Exp3 sont équivalentes |
|  |  |  |

**II(B)** Quelles expressions sont équivalentes? Quelles expressions ne sont pas équivalentes? Explique STP.

Exp1Exp3 (voir tableau ci-dessus), et

Exp1 et Exp2 ne sont pas équivalentes (voir tableau ci-dessus).

Donc, Exp2 et Exp3 ne sont pas équivalentes (par la transitivité de l’équivalence).

**II(C)** Construis une équation en utilisant une paire d’expressions non-équivalentes tirée de la question IIB ci-dessus. Utilise ta calculatrice pour déterminer les valeurs de *x* (s’il en existe) pour lesquelles les deux expressions de ton équation sont égales.

|  |  |
| --- | --- |
| Ce que tu as tapé à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| Solve (*x(x2-9) = (x+3)(x2-3x)-3x-3, x*)  | *x = -1* |
|  |  |

**II(D)** Comment utiliserais-tu ta calculatrice pour vérifier que les valeurs pour *x* trouvées à la question II(C) précédente sont bien des solutions de ton équation. Remplis le tableau ci-dessous avec les informations pertinentes.

|  |  |
| --- | --- |
| Ce que tu devrais taper à la calculatrice | Ce que la calculatrice afficherait |
| *x(x2-9) = (x+3)(x2-3x)-3x-3* **|** *x = -1* | true |

**II(E)** Construis une équation en utilisant une autre paire d’expressions non-équivalentes tirée de la question IIB ci-dessus. Sans utiliser ta calculatrice ni des manipulatrions algébriques papier-crayon, prédis la solution de cette équation. Explique STP.

*(x2-3x)(x+3) = (x+3)(x2-3x)-3x-3*

La solution de cette équation doit être *x = -1*

Explication:

En II(A), on a vu que les expressions *x(x2-9)* et *(x2-3x)(x+3)* étaient équivalentes. L’équation en II(E) est donc obtenue de l’équation en II(C) en remplaçant une des expressions par une expression équivalente. En d’autres mots, le côté gauche de l’équation II(E) n’est qu’une autre forme du côté gauche de l’équation II(C). Ces deux équations doivent donc avoir les mêmes solutions. (D’autant plus ici que toutes les valeurs réelles sont admissibles pour *x*.) Et comme on a vu (en II(C)) que la solution de l’équation *x(x2-9) = (x+3)(x2-3x)-3x-3* était *x=–1*, on sait que *x* = -1 sera aussi la solution de l’équation *(x2-3x)(x+3) = (x+3)(x2-3x)-3x-3*.

**II(F)** Construis une équation en utilisant une paire d’expressions **équivalentes** tirée de la question IIB ci-dessus. Sans utiliser ta calculatrice ni des manipulatrions algébriques papier-crayon, prédis la solution de cette équation. Explique STP.

*x(x2-9) = (x2-3x)(x+3)*

Puisque ces deux expressions sont équivalentes, l’équation est donc identiquement vraie, par la définition même d’équivalence. C’est-à-dire que tout nombre réel est une solution.

Une autre façon d’expliquer ceci est de dire que chaque expression n’est en fait qu’une façon équivalente d’écrire l’autre. Puisqu’il n’a y aucune restriction sur les valeurs que *x* peut prendre dans l’une ou l’autre expression, l’équation décrit simplement deux façons équivalentes (produisant toujours les mêmes résultats) d’opérer sur des valeurs de *x*.

# Discussion en classe des parties I et II

**Partie III (papier-crayon): Construction d’équations et d’identités**

**III(A)** 1. Construis une équation en utilisant deux expressions équivalentes de ton choix.

*2x(x + 3) = 2x2 + 6x*

2. Explique pourquoi ces deux expressions sont équivalentes.

La distributivité de la multiplication sur l’addition produit toujours des expressions équivalentes.

3. Quelles sont les solutions de cette équation?

La solution consiste en l’ensemble de tous les nombres réels.

4. Comment pourrais-tu utiliser ta calculatrice pour vérifier ta réponse à la question précédente?

J’utiliserais un test d’égalité: après avoir entré l’équation, la calculatrice devrait afficher “true”.

**III(B)** 1. Construis une équation en utilisant deux expressions non-équivalentes de ton choix..

*x = x + 1*

2. Explique pourquoi ces deux expressions ne sont pas équivalentes.

Aucun nombre *x* n’est égal à *x*+1.

Ces deux expressions ne peuvent donc pas s’exprimer sous une forme commune.

3. Quelles sont les solutions de cette équation?

Cette équation particulière n’a aucune solution, tel qu’expliqué à la question précédente.

4. Comment pourrais-tu utiliser ta calculatrice pour vérifier ta réponse à la question précédente?

Je taperais “Solve(*x = x + 1*, *x*)”, et je m’attendrais à obtenir la réponse “false”.

Discussion en classe de la partie III, A et B

Partie IV (avec calculatrice): Synthèse de divers types d’équations

1. Résous les équations suivantes en utilisant la commande SOLVE de ta calculatrice.

|  |  |
| --- | --- |
| Équation donnée | Résultat affiché par ta calculatrice |
| 1. *(2–x)2 = x(2x–4)* | *x = 2* or *x = -2* |
| 2. *(x–5)(3x+7)–5 = 3x2-8x–40* | true |
| 3. *3x2–x–1 = 2x+5* | *x = 2* or *x = -1* |
| 4.  | false |

2. Décris comment interpréter chacune des réponses de la calculatrice à la question précédente.

L’équation 1 a deux solutions; en d’autres mots, il y a deux nombres réels (*x =2* et *x =-2)* pour lesquels les expressions *(2–x)2* et *x(2x–4)* produisent des résultats égaux.

L’équation 2 est vérifiée pour tous les nombres réels; en d’autres mots, l’expression à gauche de l’égalité est équivalente à l’expression à droite de l’égalité.

L’équation 3 a deux solutions; en d’autres mots, il y a deux nombres réels (*x= 2* et *x=1)* pour lesquels les expressions *3x2–x–1* et *2x+5* produisent des résultats égaux.

L’équation 4 n’a pas de solutions; en d’autres mots, il n’existe aucun nombre réel pour lequel les expressions à gauche et à droite du signe “=” produisent des résultats égaux.

# Discussion en classe de la partie IV