# Les abaquistes

## Le Kadran aux marchans de Jehan Certain (1485) [1]

1. **Numération en chiffres arabes** : opérations, fractions, simplification de fractions

2. **Poids, mesures, compagnies et changes** : règle de trois et ses applications, Fausse position, règle d'opposition et de rémoussion (trouver des solutions entières à des problèmes indéterminés de deux équations à trois inconnues)

3. **«Le fait des monnoyes et billions, de l'or et de l'argent»** : monnaies et métaux précieux.

4. **«Alliages et essais»** : affinage des métaux précieux. (Propre à ce livre)

## Buona Pratichia par Biagio «il Vecchio» (~1330)
## (exemple d'un problème algébrique)[2]

**Un homme a prêté 10000 lires à un autre pour 4 ans à un intérêt composé annuellement. Et lorsque la fin des 4 années arriva, ce dernier lui donna 14641 lires de capital et intérêt. Je vous demande à quel taux pour cent l'argent était-il prêté ?**

Ce problème correspond à l'équation $(x^4/10^{12}) = 14641$, où x est le capital et l'intérêt après la première année.

**Trouver un nombre qui multiplié par lui-même et additionné au résultat de la racine du nombre fait 18**

$$\mathbf{x^2 + \sqrt{x} = 18}$$

Cette équation correspond à résoudre l'équation

$$ay^4 + by = c, \quad \text{où} \quad a = 1, b = 1, c = 18.$$

Biagio propose une solution qu'il présente comme générale à ce genre de problème et propose une solution correspondant à la formule

[1] Tiré de Benoit, .Paul, «Calcul, algèbre et marchandise», in Serres, Michel (éd.), *Éléments d'histoire des sciences*, Paris (Bordas), 1990, pp. 196 à 221, voir p. 203.

[2] Les informations des sections suivantes proviennent de Franci, R., Toti Rigatelli, L., «Towards a History of Algebra from Leonardo of Pisa to Luca Pacioli», *Janus*, LXXII (1985), no. 1-3, pp. 17 à 82.

$$y = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^4 + \left(\frac{c}{a}\right)} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2}$$

qui ne s'applique en fait qu'au cas spécifique a = 1, b = 1, c = 18.

**Antonio de' Mazzinghi** (vers 1370)

**Diviser 10 en deux parties de telle sorte que multipliant la première par elle-même et enlevant le résultat de 97, et prenant la racine du dernier résultat, ensuite multipliant le seconde partie par elle-même et enlevant le résultat de 100, et alors prenant la racine du dernier résultat, et additionnant les deux racines on obtient 17. Nous vous demandons combien sont chaque partie.**

Résoudre ce problème correspond à résoudre le système:

$$u + v = 10$$

$$\sqrt{97 - u^2} + \sqrt{100 - v^2} = 17$$

En effectuant le changement de variable

$$u = 5 + x \quad \text{et} \quad v = 5 - x,$$

il parvient à l'équation

$$\sqrt{21600 + 4x^4 - 988x^2 + 120x} = 289 - 147 + 2x^2$$

dont les solutions sont -1 et 359/389. Il choisit alors la solution négative pour finalement arriver à u = 4 et v = 6.

* Dans le problème suivant, il emploie les termes *cosa* et *quantita* pour désigner les deux inconnues.

**Un problème du troisième degré**

**Diviser 10 en 2 parties telles que leur produit soit égal à 4 fois la division de la plus grande par la plus petite. Je vous demande quelles sont les parties.**

$$\mathbf{xy = 4\,(y/x) \quad où\ x < y}$$

**donc $x^2 = 4$**

**Biagio** «il Vecchio» (~1330) considère ce problème insoluble. Probablement qu'il avait choisi pour inconnue la plus petite partie, ce qui mène à l'équation du troisième degré $x^3 + 40 = 10x^2 + 4x$. Or on ne savait pas comment solutionner une telle équation à l'époque de Biagio.

Maître **Benedetto de Florence** (1463) résout ce même problème en prenant pour inconnue la partie la plus grande partie. Il arrive à l'équation

$$x(10-x) = 4x/(10-x)$$

qu'il ramène, sans simplifier le x, à

$$20x^2 = 96x + x^3,$$

qu'il sait par ailleurs résoudre. ($x = 8$, ou (il ne le dit pas) $x = 12$)