

MATHÉMATIQUES: LANGAGE DE LA NATURE

Regard historique I: avant Fibonacci

L'idée que les mathématiques constituent le langage dans lequel il nous est possible de lire le fonctionnement de l'univers est relativement récente. Aujourd'hui, il nous serait bien difficile de trouver un brave pour contester cette allégation. Et pourtant, même si à chaque époque des philosophes soutinrent ce point de vue, avant la Renaissance, ils formaient une minorité.

L'usage des mathématiques comme outil explicatif des phénomènes physiques remonte au moins aux civilisations antiques de Babylone et d'Égypte et ce essentiellement pour une analyse primaire des phénomènes astronomiques. L'usage de l'arithmétique élémentaire dans le commerce, le calcul des impôts et en général les calculs d'argent ne peuvent être considérés comme une utilisation des mathématiques à des fins «explicatives».

L'école pythagoricienne (de vers 600 à vers 400 avant J.C.) fut probablement la première à vraiment vouloir établir un lien intime entre les mathématiques, plus spécifiquement l'arithmétique, et le monde physique. J'en ai glissé un mot dans une chronique antérieure. Pour eux, tout phénomène physique devait s'expliquer en terme de nombres, qu'il s'agisse de la forme des cristaux, du rapport harmonieux entre les sons ou de la position des planètes. Cette perception du rapport entre le monde et les nombres avait souvent une couleur numérologique, mais néanmoins elle se révéla un moteur efficace pour générer de nombreuses recherches en mathématiques. Une faille est toutefois venue se glisser dans cette belle vision du monde. La découverte des longueurs incommensurables entraîna la chute de l'édifice. Plus tard, Zénon (vers 450 avant J.C.), de l'école d'Élée, énonça quelques paradoxes, dont le plus célèbre est sans doute celui d'Achille et de la tortue. Par l'impossibilité de les résoudre, ces paradoxes devinrent une preuve active du danger de manipuler l'infini, qu'il se présente sous la forme du mouvement, ou sous celle des «irrationnels». Du traumatisme ainsi causé, les Grecs ne se remettront jamais. Ils diviseront les mathématiques en deux parties hermétiquement séparées: l'arithmétique et la géométrie. Bientôt, tout ce qui semblait noble aux Grecs en mathématiques prendra une forme géométrique.

La pensée grecque sur la nature et l'usage des mathématiques s'est cristallisée chez deux philosophes qui, tout en ne s'opposant pas diamétralement l'un à l'autre, diffèrent significativement d'opinion. Platon (427 - 347 avant J.C.), de par sa vision idéaliste du monde, croyait

à l'existence d'un monde des idées, permanent et stable, et dont le monde physique n'était que le reflet imparfait et mouvant. Les mathématiques (la géométrie et les parties les plus pures de la théorie des nombres) lui apparaissaient comme le domaine de connaissance le plus apte, de par la nature des objets traités, à saisir la nature de ce monde des idées. Ainsi, non seulement lui semblait-il nécessaire d'exposer les étudiants à cette discipline, mais il croyait que par elles, il serait possible aux philosophes de connaître les causes premières des phénomènes physiques.

Aristote (384-322 avant J.C.) ne partage pas cette vision idéaliste. Pour lui, le monde physique dans lequel nous baignons génère les idées qui se forment dans notre esprit. Les mathématiques, tout en ayant une place importante parmi les disciplines intellectuelles, n'ont pas le caractère explicatif que Platon leur attribuait. Il perçoit le monde comme un organisme complexe dont il est impossible d'isoler les diverses parties sans en modifier leur nature même. Les mathématiques ont peut-être une saveur descriptive, mais elles ne sauraient avoir une valeur explicative. Pour Aristote, les causes premières demeurent inaccessibles à chacun de nous.

Ainsi, lorsque le monde antique s'écroule sous la poussée des «Barbares» (cinquième siècle de notre ère), dans quelques bibliothèques, à Alexandrie ou sur la côte orientale de la Méditerranée surtout, des manuscrits mathématiques survivront à la catastrophe. Ils n'auront pas à attendre très longtemps pour savoir s'ils s'envoleront en fumée ou s'ils nourriront à nouveau des esprits curieux.

En 632, les troupes musulmanes se lancent à la conquête du monde et en moins d'un siècle conquièrent d'immenses territoires, allant de l'Inde à l'Espagne, en passant par le nord de l'Afrique. Après une relativement courte période de fanatisme religieux caractérisé par le «crois ou meurs», les conquérants musulmans apprennent à reconnaître la valeur des civilisations qu'ils ont conquises. Dans le domaine des mathématiques et des sciences en général, la curiosité des savants du nouvel empire est insatiable. Elle s'abreuvera à deux sources. Dans un premier temps, elle puisera en Inde une nouvelle numération, dont la nôtre (Hindo-arabe) découle, ainsi qu'un début d'algèbre symbolique. Mais c'est surtout par la grandeur et la diversité des sciences et mathématiques grecques que les savants seront émerveillés, pour ne pas dire intimidés. Toutefois, ils ressentiront

toujours un certain malaise à se conformer aux canons régissant ces sciences. D'une part, les raisons philosophiques et historiques ayant provoqué la dichotomie et le déséquilibre entre arithmétique et géométrie, au profit de cette dernière, n'ont pas pour eux l'importance qu'elles avaient pour les Grecs. Mais il y a plus, les peuples formant cet empire ont une approche beaucoup plus pragmatique des mathématiques que les Grecs. Aussi, les mathématiciens musulmans orienteront-ils leurs recherches davantage vers des problèmes de nature algébrique. Néanmoins, ils resteront avec le sentiment, originant de leur étude des Grecs, que seules les mathématiques sous une forme géométrique sont nobles. Les travaux d'al-Khwarizmi (né avant 800, mort après 847) illustrent bien l'ambivalence que provoque cette césure entre le cœur et la raison. Dans son traité *Précis sur le calcul de al-jabr et al-muqabala*, où il traite de nombreux problèmes algébriques du premier et du second degré, il solutionne, cas par cas, ces divers problèmes d'une manière que l'on peut qualifier d'algébrique, même s'il n'emploie aucun symbolisme. Cependant, de temps à autre, il sent le besoin de camoufler sous une apparence géométrique sa pensée de nature algébrique. Il donnera alors un genre de preuve géométrique pour justifier ses méthodes.

Le système aristotélicien aura une grande influence sur la pensée physique musulmane. De la sorte, ceux-ci auront tendance à séparer leurs travaux mathématiques de leurs réflexions sur la nature et les causes des phénomènes physiques. Néanmoins, ils sauront parfois s'affranchir d'une trop grande conformité à l'aristotélisme en acceptant les conclusions d'expériences qui venaient en contradiction avec les prévisions du maître grec.

Après la chute de l'Empire romain d'Occident et l'éclatement des institutions qui la caractérisaient, l'Europe se trouve en proie à des guerres continuelles qui ne sauraient favoriser les travaux intellectuels. Il faudra attendre la fin du millénaire, après la «renaissance» carolingienne (Charlemagne) pour y revoir fleurir une certaine activité autre que guerrière. Un handicap d'ordre linguistique limitait cependant la portée de cette Renaissance. En effet, même aux plus grandes heures de l'Empire romain, le latin n'avait jamais été considéré comme une langue de haute culture, de sorte que tout romain d'une certaine éducation parlait et écrivait couramment le grec. Les grands travaux grecs, que ce soit en philosophie, en sciences ou en mathématiques, ne

furent jamais intégralement traduits en latin. Le besoin ne se faisait tout simplement pas sentir... du moins jusqu'au dernier siècle de l'Empire. Mais alors, le niveau intellectuel n'avait plus la vitalité nécessaire pour assurer la qualité des traductions. En fait, on ne traduit pas vraiment. On commente en essayant de rendre accessible une pensée dont les méandres échappaient à presque tous. Les livres mathématiques, d'arithmétique aussi bien que de géométrie, de Boèce (environ 480-524 après J.C.) illustrent le niveau intellectuel de l'époque. Lorsqu'une certaine stabilité géo-politique réapparaît en Europe, le grec étant alors une langue oubliée, les principales sources de contact avec la civilisation grecque en sont en fait des miroirs déformants.

Pour l'aristocratie européenne, repliée sur elle-même depuis des siècles, les Croisades, (onzième et douzième siècles) pour libérer la Terre Sainte des infidèles provoquèrent un véritable électro-choc. La magnificence de la civilisation islamique ébranla leur conception du monde. Ceux, parmi eux, qui avaient du goût pour les choses de l'esprit découvrirent un véritable paradis, car ils trouvèrent chez ces infidèles tous ces textes dont la tradition latine défailante ne leur avait laissé que des indications ou des fragments d'authenticité douteuse. Aussi, le besoin de rendre accessible ce trésor retrouvé amène-t-il la publication de nombreuses traductions, de l'arabe au latin, de textes antérieurement traduits du grec à l'arabe. Al-Khwarizmi, Ptolémée, Euclide, Apollinius et bien d'autres, dont bien sûr Aristote, seront traduits par Adélarde de Bath, Gérard de Crémone,... C'est le début d'une seconde «renaissance». Pour les mathématiques, il s'agit presque d'une naissance, car la tradition géométrique grecque aura maintenant un contre-poids encore bien léger, en l'algèbre arabe qui, par les travaux de Léonard de Pise (connu davantage sous le nom de Fibonacci, né vers 1170 et mort après 1250) sera à la base de tous les travaux d'algèbre postérieurs. Par ailleurs, Aristote devient bientôt une autorité qu'on ne saurait contester... Les mathématiques resteront donc marginales à toutes considérations sur les phénomènes physiques.

Nous verrons dans une prochaine chronique comment, vers la fin du Moyen-Âge et à la Renaissance, cet état de choses s'est relativement rapidement modifié donnant aux mathématiques la place qu'on lui attribue aujourd'hui.

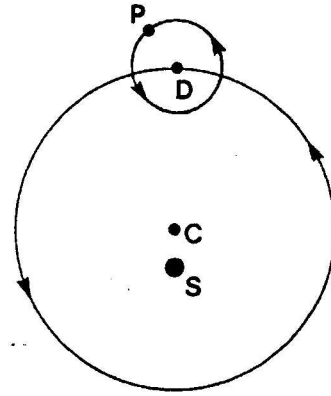
MATHÉMATIQUES: LANGAGE DE LA NATURE

Regard historique II: la Renaissance ou d'un univers qualitatif à un monde mathématisé.

L'influence d'Aristote dans la pensée européenne commence à devenir omniprésente à partir du XIII^e siècle. Comme je l'ai déjà indiqué antérieurement¹, les mathématiques ne jouent pas de rôle explicatif dans son système du monde. Suite à l'interdiction que s'étaient imposés les philosophes grecs d'analyser les mouvements, la quantification des phénomènes cinématiques n'avait pas même été tentée. Il y eut toutefois un domaine où se développa un modèle mathématique puissant: l'astronomie. Du point de vue des mathématiques, présentées comme outil explicatif des phénomènes naturels, la situation est révélatrice. D'une part, la physique aristotélicienne concevait l'univers comme composé d'un ensemble de sphères concentriques. Au centre prenait place la sphère terrestre «entourée» des sphères des autres éléments fondamentaux: l'eau, l'air et le feu. Un système de sphères célestes étroitement ajustées les unes aux autres entouraient ces sphères sublunaires. Composées d'un cinquième élément, l'éther, ces sphères tournaient autour de différents axes à des vitesses angulaires constantes. D'autre part, le système astronomique de Ptolémée (75 av. J.-C., date de sa mort inconnue) entraînait en conflit sur plusieurs points avec la physique aristotélicienne. Bien sûr, dans les deux cas, la Terre occupe le centre de l'univers, mais là s'arrête la similitude. Le système ptoleméen est un modèle mathématique hautement sophistiqué qui permet de prédire les principaux phénomènes astronomiques avec une marge d'erreur raisonnable considérant que toutes les observations se faisaient alors à l'œil nu. Les outils géométriques employés violent toutefois certaines lois de la physique aristotélicienne. Les orbites des planètes ne sont ni circulaires ni centrées sur la Terre. En fait, elles résultent de la combinaison d'au moins deux mouvements circulaires (Voir la figure 1) dont le principal (celui du déférent) est décentré par rapport à la Terre. De ce fait, la vitesse angulaire par rapport à la Terre varie, ce qui contredit à nouveau une autre loi d'Aristote.

Tributaires naïfs de l'esprit post-renaissant, nous aurions tendance, face à cette dissonance, à tenter d'harmoniser le système d'Aristote au modèle mathématique. La réaction du Moyen-Âge fut tout le contraire. On tenta plutôt de modifier le modèle mathématique afin de le rendre conforme aux exigences du modèle physique. Les mathématiques ne faisaient pas le poids face à l'autorité d'Aristote.

Figure 1



La Planète P se déplace sur un cercle (appelé l'épicycle) dont le centre D se déplace lui-même sur un autre cercle (le déférent) dont le centre C n'est pas trop loin du Soleil S.

Lorsque Newton (1642-1727) publie en 1689 ses *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (Principes mathématiques de la philosophie naturelle), la situation s'est substantiellement modifiée. Dans ce livre, l'un des plus importants de l'histoire des sciences et des mathématiques, le célèbre savant y montre mathématiquement que l'ensemble des mouvements des corps célestes (comme par exemple ceux décrits par la seconde loi de Kepler voulant que les planètes se déplacent à une certaine vitesse variable sur une orbite elliptique dont le Soleil est l'un des foyers) peut se déduire d'une loi unique, en l'occurrence que deux corps s'attirent avec une force inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. Pour en arriver à ce résultat remarquable, Newton avait dû créer le calcul différentiel et intégral. La mécanique newtonnienne reposant essentiellement sur des constructions mathématiques, le sentiment de l'importance de cette «découverte» rejaillit sur les mathématiques. Ainsi, à partir de 1700, l'on tente de mathématiser presque tous les champs du savoir, de l'hydrodynamique aux «sciences sociales».

Deux cents ans suffirent au passage d'un état d'esprit où les descriptions qualitatives des phénomènes dominent les descriptions quantitatives à une vision quantitative des phénomènes où une théorie mathématique sert de base d'«explication». Mais au-delà de cette constatation, il faut se demander comment cette métamorphose peut être générée. Qu'est-ce qui pousse les philosophes-

physiciens-mathématiciens de l'époque à croire qu'une approche mathématique peut permettre une meilleure compréhension et une meilleure perception des phénomènes de la nature? Se cantonner au monde mathématique condamnerait notre enquête à l'échec. Il nous faut plutôt chercher du côté des conceptions de notre relation avec la nature ou, plus précisément, de ce que l'on considère être accessible à l'esprit humain.

Nous avons déjà signalé que, chez les Grecs, l'école d'Aristote avait supplanté l'école platonicienne. À la Renaissance, un mouvement inverse se produit entraînant la mise au ban progressive des vues aristotéliennes au profit d'une approche inspirée de la philosophie de Platon. Disons quelques mots de ces approches.

La vision organique ou aristotélienne du monde

La physique d'Aristote se présente au Moyen-Âge comme un imposant système dans lequel presque tous les phénomènes de la nature trouvent une explication. On y décrit non seulement comment tel ou tel phénomène se manifeste, mais on tente de plus d'expliquer pourquoi il se produit de la sorte. Par exemple, un objet tombe vers le sol parce que par leur nature les objets terrestres tendent à occuper le centre de l'univers, donc le centre de la Terre. Tout en ayant une base expérimentale fort réduite, ce système prenait sa force de la logique de sa construction. Le monde y est perçu un peu comme un organisme vivant dont toutes les parties participent au bon fonctionnement global. Cependant, cette cohérence, si convaincante a priori, se révèle un formidable tendon d'Achille lorsqu'un fait expérimental vient démentir une prédiction de la théorie. C'est un peu comme dans un château de carte, enlever une carte de la base provoque presque à coup sûr l'effondrement de la structure.

L'approche magique ou néo-platonicienne

À partir de 1450, suite à l'introduction en Europe de nouveaux textes grecs et de l'accumulation de faits expérimentaux troublants, une nouvelle philosophie fait peu à peu contre-poids à celle d'Aristote². Prenant sa source dans la philosophie de Platon, elle la teinte d'un esprit mystique et magique. Pour mieux saisir la place qu'y occupent les mathématiques, citons Proclus (412-485), un mathématicien néo-platonicien dont les écrits influencèrent fortement les humanistes de la Renaissance³:

L'âme du monde, par conséquent, ne peut en aucun cas être comparée à une tablette lisse, vide de toute raison; mais elle est une tablette toujours écrite, inscrivant sur elle-même les caractères, desquels elle tire une plénitude éternelle de l'intellect [...]. Toutes les espèces mathématiques ont, par conséquent, une subsistance première dans l'âme: de telle sorte que, avant les nombres sensibles, il doit s'y trouver, au plus profond, des nombres qui se meuvent par eux-mêmes; figures vitales, antérieures à l'apparent; proportions

idéales d'harmonie antérieures aux accords; et des orbés invisibles, antérieurs aux corps qui se meuvent selon un cercle [...]. Nous devons concevoir tous ceux-ci comme subsistant toujours de manière vitale et intellectuellement comme les archétypes de nombres apparents, figures, raisons et mouvements. Et ici nous devons suivre la doctrine de Timée [un livre de Platon] qui dérive l'origine de l'âme et déduit sa texture des formes mathématiques, et fonde dans leur nature les causes de tout ce qui existe.

L'harmonie et l'esthétisme du monde sont donc avant tout mathématiques. En conséquence, l'on ne cherche plus les causes premières des phénomènes mais plutôt les relations esthétiques et mystiques entre ceux-ci, d'où le besoin de descriptions quantitatives précises des phénomènes. La cabale et la numérologie florissent parmi les néo-platoniciens. Une majorité des mathématiciens de la Renaissance sont néo-platoniciens, l'un des plus colorés étant sans doute Cardan (1501-1576).

La notion d'harmonie du monde se révéla d'une importance capitale dans l'évolution des systèmes astronomiques. Ainsi, pourquoi Copernic (1473-1543) met-il tant d'efforts à créer un nouveau système planétaire alors que le système ptoléméen permet des prédictions tout compte fait assez adéquates? Laissons-le répondre⁴:

Et au milieu de tous repose le Soleil. En effet, dans ce temple splendide, qui donc poserait ce luminaire en un lieu autre ou meilleur que celui d'où il peut éclairer tout à la fois? [...] C'est ainsi, en effet, que le Soleil, comme reposant sur le trône royal, gouverne la famille des astres qui l'entourent.

Mais Copernic ne réussit pas vraiment dans son entreprise de placer le Soleil au centre de l'univers. En effet, pour faire en sorte que ses calculs théoriques correspondent aux observations avec une exactitude au moins égale à celle du système ptoléméen, il doit lui aussi employer des déférents et des épicycles décentrés par rapport au Soleil. Comme dans le cas de celui de Ptolémée, le système mathématique de Copernic viole un des principes de base de la physique dont il est issu.

Kepler (1571-1630), le plus grand des néo-platoniciens, entreprend par la suite de replacer le Soleil vraiment au centre de l'univers... et, après une vie d'efforts, il y arrive, non sans peine, en mettant en évidence la forme elliptique des orbites des planètes dont le Soleil occupe l'un des foyers. Dans son *Mysterium Cosmographicum* (1596), une œuvre de jeunesse, il nous dit clairement la source de son énergie créatrice⁵:

Qu'il y avait trois choses surtout dont, sans me lasser, je recherchais les causes, à savoir: le nombre, les dimensions et les mouvements des orbés. Ce qui m'incitait à chercher à les découvrir, c'est l'admirable correspondance des choses immobiles, à savoir, du Soleil, des étoiles fixes et de l'espace intermédiaire,

avec Dieu le Père, le Fils et le Saint Esprit, analogie que je vais développer plus loin à loisir dans ma Cosmographie. Or, puisque les choses immobiles se comportaient de la sorte, je ne doutais pas que les [choses] mobiles étaient régies par une harmonie correspondante.

Animé par cette conviction, il travaille plusieurs mois d'arrache-pied. Il conclut finalement que s'il y a précisément 6 planètes (alors connues: Mercure, Venus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne), la raison en est que ces planètes ont leurs orbites dans des sphères concentriques dont la disposition découle de l'emboîtement de celles-ci en alternance avec les cinq polyèdres réguliers (Voir la figure 2). Or, depuis l'époque de Platon, on sait qu'il y a précisément cinq polyèdres réguliers. Donc, puisqu'un maximum de six sphères différentes peuvent être emboîtées de la sorte, Kepler voit là la justification du nombre de planètes.

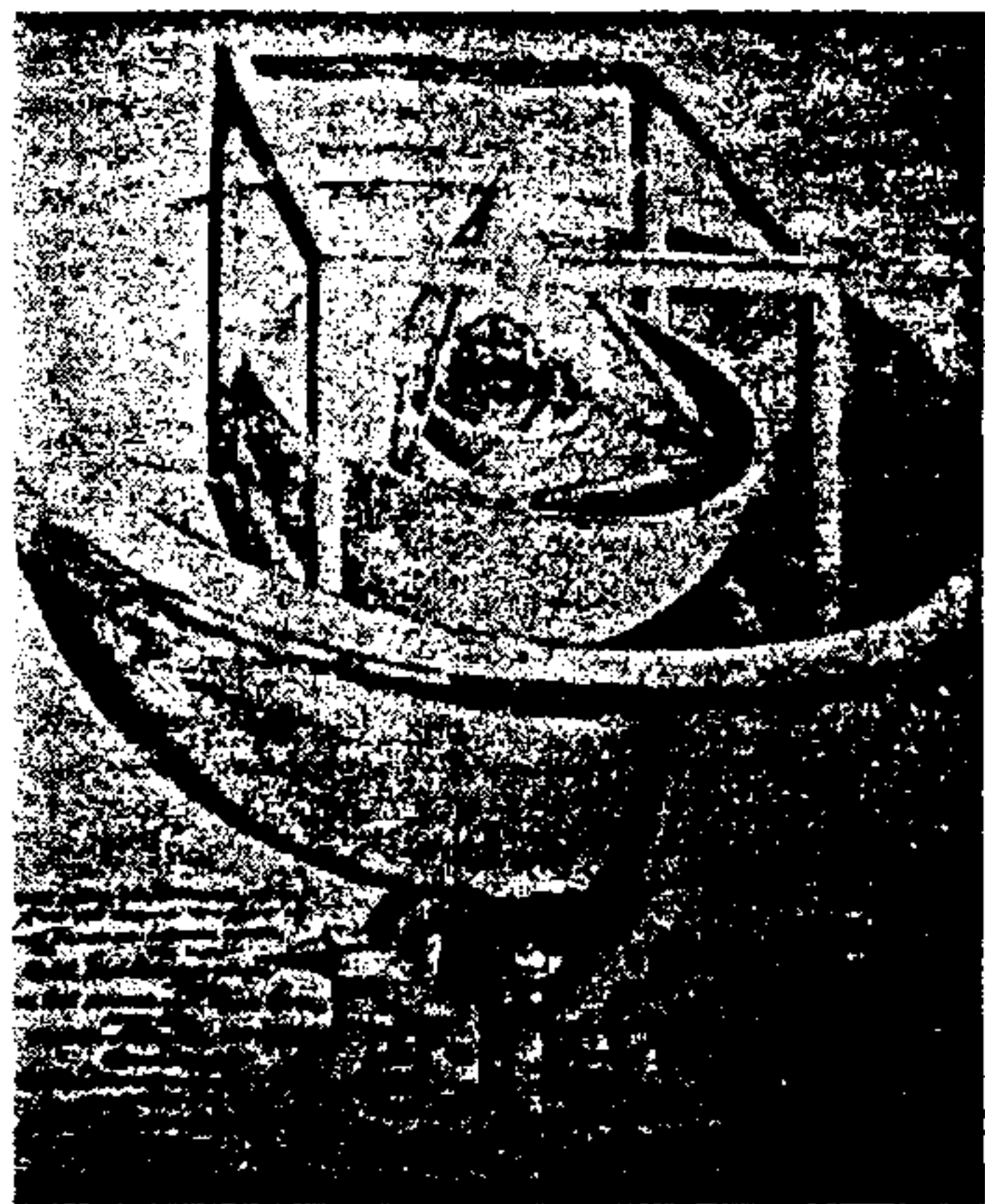


Figure 2

Les cinq polyèdres réguliers expliquent, selon Kepler, la position et le nombre des planètes.

Lorsque Kepler confronte ces premiers calculs à des observations plus précises, il constate que son «explication» ne se conforme pas avec celles-ci. Il n'a alors d'autres choix que de reprendre le bâton du pèlerin-astronome. Son périple le mène à ses fameuses lois qu'il publiera en 1609 dans son *Astronomia Nova*. Pour la première fois dans l'histoire de l'astronomie, les calculs correspondent très précisément aux observations.

La vision mécanique du monde

Au début du XVII^e siècle, nombre de néo-platoniciens sombrent dans un excès de mysticisme et de magie. En réaction, une nouvelle approche prend forme dans laquelle l'univers est perçu comme une grande machine. (N'oublions pas que la Renaissance fut une époque où les machines fascinent. Pensons simplement aux nombreuses machines de Leonardo da Vinci.) La composante esthétique disparaît laissant aux mathématiques un rôle moteur. De même que pour le levier nous pouvons énoncer la loi régissant son action sans comprendre pourquoi cette loi est juste, de même nous pouvons

décrire mathématiquement les lois régissant le fonctionnement de l'univers sans en comprendre le pourquoi. Galilée (1564-1642) et Descartes (1596-1650) sont parmi les plus célèbres tenants de cette vision du monde. Descartes en particulier est très clair sur le rôle charnière des mathématiques en physique⁶:



Figure 3

L'astronome découvrant les «vrais» mécanismes de l'univers.

Article 64: Que je ne reçois point de principes en physique, qui ne soient aussi reçus en mathématique, afin de prouver par démonstration tout ce que j'en déduirai; et que ces principes suffisent, d'autant que tous les phénomènes de la nature peuvent être expliqués par leur moyen.

[...] Car j'avoue franchement ici que je ne connais point d'autre matière des choses corporelles, que celle qui peut être divisée, figurée et mue en toutes sortes de façons, c'est-à-dire celle que les géomètres nomment la quantité, et qu'ils prennent pour l'objet de leurs démonstrations; et que je ne considère, en cette matière, que ses divisions, ses figures et ses mouvements; et enfin que, touchant cela, je ne veux rien recevoir pour vrai, sinon ce qui en sera déduit avec tant d'évidence, qu'il pourra tenir lieu d'une démonstration mathématique. Et parce qu'on peut rendre raison, en cette sorte, de tous les phénomènes de la nature, comme on pourra juger par ce qui suit, je ne pense pas qu'on doive recevoir d'autres principes en la physique, ni même qu'on ait raison d'en souhaiter d'autres, que ceux qui sont ici expliqués.

Toute recherche de l'harmonie universelle en elle-même a disparu. Reste la beauté d'une construction mathématique déductive. Le terrain est prêt pour Newton et sa magistrale mathématisation de la mécanique.

Conclusion

L'importance de la Renaissance dans l'histoire des mathématiques ne saurait être surévaluée. Au cours de cette période, le symbolisme algébrique se développe, d'abord à l'ombre de la géométrie, mais bientôt avec de

(suite à la page 39)

Chronique: L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES (suite de la page 7)

plus en plus d'autonomie. Néanmoins, cette nouvelle versatilité n'explique pas à elle seule le changement radical de statut que connurent les mathématiques entre 1450 et 1700. À la fin du Moyen-Âge, les mathématiques ne jouaient qu'un rôle marginal dans la quête du savoir. Lorsque débute le XVIII^e siècle, elles sont au contraire considérées centrales à tout processus d'avancement des connaissances. Ce renversement découle directement de l'association des mathématiques au bouleversement de la vision cosmographique de l'univers. Passer en moins de deux cents ans d'un monde clos à un univers infini implique de profonds changements. Nous avons vu que laissées à elle-mêmes, les mathématiques n'auraient pas pu engendrer ces bouleversements dont par ailleurs elles sont ressorties avec une aura qui perdure jusqu'à ce jour.

Notes

1. Voir ma chronique de mars 1985.
2. Pour plus de détails sur le passage d'une vision du monde à l'autre, voir les livres de BEN-DAVID et KEARNEY.

3. Proclus, *Commentaires (...) sur le Livre Premier des Éléments d'Euclide*, cité à la fin du chapitre 4 du livre de KUHN.
4. Copernic, *De Revolutionibus...*, cité à la fin du chapitre 4 du livre de KUHN.
5. Cité dans le livre de KOYRE, p. 139.
6. Descartes, *Principia Philosophica*, 1647, dans BACHELARD, p. 209.

Bibliographie

- Bachelard, S. et al. *Introduction à l'histoire des sciences*, Hachette, 1971.
- Ben-David, J. *The Scientist Role in Society, A Comparative Study*, Prentice-Hall, 1971.
- Kearney, H. *Science and Change, 1500-1700*, Mc-Graw-Hill, 1971.
- Kuhn, T. *La révolution copernicienne*, 1957.
- Koyré, A. *La révolution astronomique, Copernic, Kepler, Borelli, Herman*, Paris, 1961.
- Patersen, D. Astronomy, in D.C. Lindberg (éd.), *Science in the Middle Ages*, The University of Chicago Press, 1978, pp. 303-337.