36

François Viète (1540-1603)

Structure de la *Nouvelle algèbre*

3 parties, selon l'*Introduction à l'art analytique (1591)*

Zététique	Mise en équation du problème et manipulation de cette équation pour la mettre sous la forme P(x)Q(x) = CD où P et Q sont des polynômes et C et D sont composés uniquement de grandeurs connues. Une telle équation est dite ordonnée et la proportion qui lui correspond est elle-même dite ordonnée.
Poristique	Pour le cheminement synthétique, étude de certains passages délicats du cheminement analytique dont la réversibilité n'est pas assurée de façon immédiatement convaincante.
Exégétique ou Rhétique	Détermination, sous une forme cohérente avec la nature du problème, de la ou des racines de l'équation ordonnée issue du Zététique.

Les livres appartenant au Zététique

Notæ priores (1631)

XIII — Le carré de l'agrégat de deux côtés, moins le carré de leur différence, est égal au quadruple plan sous les côtés

$$(A+B)^2 - (A-B)^2 = 4AB$$

Cinq livres des zététiques (1593)

II-4 — Un rectangle étant donné sous les côtés, et l'agrégat des côtés étant donnés : les côtés sont trouvés.
xy donné, x+y donné, trouver x et y.

III-2 — La moyenne proportionnelle étant donnée, et l'agrégat des extrêmes, trouver les extrêmes.
y donné, x + z donné, trouver x et z tel que x:y::y:z

Examen des équations (1646)

III-3 Si B par A - A carré est égal à Z carré : il y a trois proportionnelles, dont la moyenne est Z, l'agrégat des extrêmes B ; et A est faite la plus petite ou la plus grande des extrêmes

$AB - A^2 = Z^2$ ==> Il existe x, y, z tel que x:y :: y:z
et Z = y et B = x+z
et A = x ou z

[La partie de droite se nomme chez Viète la constitution de l'équation. Elle va dans la majorité des cas au-delà de la «mise en ordre». Cet énoncé fait partie de la Zétèse]

IX-2 Si A carré est égal à Z plan, que E soit B-A ou A+B; B par 2E - E carré sera égal à B carré - Z plan.
[Cet énoncé fait partie de la Plasmate]

XVI pr. I D'après la synchrèse, discerner la constitution de deux équations ambiguës. Dans les espèces : Soit proposé B par A - A carré, égal à Z plan. Et de nouveau B par E - E carré, égal à Z plan (...) A+E, sera égal à B (...) E par A , sera égal à Z plan.

Corrections des équations **(1615)**

I formule I (première série)

Si 2 D par A - A carré, est égal à Z plan : que D-E ou D+E soit A; E carré sera égal à D carré - Z plan.
CONSÉQUENCE .
Et ainsi D moins ou plus $\sqrt{\text{D carré - Z plan}}$ est fait, au sujet duquel il était cherché.
Soit D 5, Z plan 20. Que 10 A - A carré, soit égal à 20 ; et A est fait $5 - \sqrt{5}$ ou $5 + \sqrt{5}$.
[On retrouve ici la formule standard de résolution des équations du second degré appliquée à notre équation leitmotiv.]

Les livres appartenant à l'Exégétique

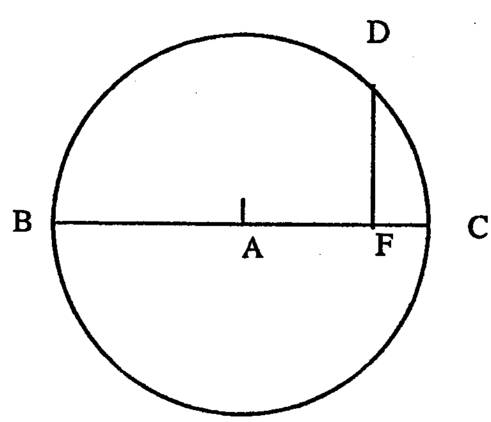
Résolution numériques des puissances ... (1600)

XVI Soit proposé 370A - A carré, être égal à 9261. Il est cherché combien grande est faite la grandeur A, ou la racine du carré proposé enlevé.

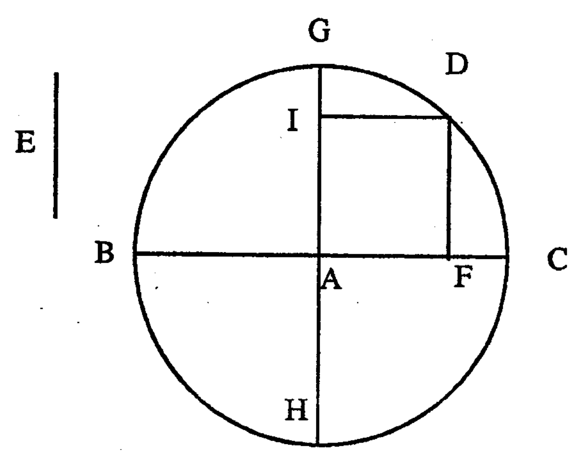
Dénombrement régulier des réalisations géométriques (1593)

III Décrire trois lignes droites proportionnelles

X S'il y avait trois lignes proportionnelles : Le rectangle sous la composée des extrêmes et l'autre de celles-ci, plus grande ou plus petite, diminué du carré de la même autre, est égal au carré de la moyenne.
$x:y :: y:z \Longrightarrow (x+z)x - x^2 = y^2$ [ou $(x+z)z^2 - z^2 = y^2$]



prop. X



prop. XIII

XIII La moyenne de trois proportionnelles étant donnée, et l'agrégat des extrêmes, trouver les extrêmes. Mécanique du plan sous le côté nié relativement au carré

Viète: Cinq Livres des Zetetique 1593
éd. Vaulezard (1630)

LE PREMIER LIVRE DES ZETETIQUES DE FRANCOIS VIETE

ZETETIQUE I.

Estant donné la différence de deux costez, et l'aggregé d'iceux ; trouver les costez.

Soit donnée la diference des deux costez B, l'aggregé d'iceux D, il faut trouver les costez.

Soit le moindre costé A, le majeur sera A + B, donc la somme des costez sera 2A + B : Mais la mesme est donnée D ; parquoy 2A + B sont égaux à D, laquelle equation est reduite par l'Antithèse de B sous contraire affection de signe, en 2A egaux à D—B, et le tout estant divisé par 2 ; A sera esgal à $\frac{D-B}{2}$.

B soit 40. D 100. A vaudra 50—20, cest 30 et A + B 70, leur somme 2A + B, 100, leur diference 40, conforme au requis.

Ou soit le majeur costé E, donc le moindre sera E—B partant l'aggregé des costez 2E—B : mais D est posé pour le mesme aggregé ; donc 2E—B sont egaux à D, laquelle equation ce reduict par addition de B, en 2 E egaux à D + B, puis prenant la moitié du tout, E sera egal à $\frac{D+B}{2}$.

Parquoy E vaudra 70. E—B, 30, desquels la diference est 40, et la somme 100.

Donc estant donnée la difference des costez et l'aggregé d'iceux ; on trouvera les costez.

THEOREME

La moitié de l'aggregé des costez, plus ou moins la moitié de leur diference, est egale au majeur ou mineur costé.

Troisième Livre

ZETETIQUE II.

Estant donnée la moyenne de trois lignes droictes proportionnelles, et l'aggregé des extremes : trouver les extremes.

Ce probleme a aussi esté cy devant exposé au Zet.4. du livre 2. Sçavoir, estant donné le rectangle soubs les costez, et la somme d'iceux, trouver les costez.

Soit la moyenne 12. la somme des extremes 26. la moindre extreme sera 8. la plus grande 18.

Second Livre

ZETETIQUE IIII.

Estant donné le Rectangle contenu soubs les costez avec l'aggregé d'iceux, on trouvera les costez.

THEOREME.

Le quarré de l'aggregé des costez, moins le quadruple du rectangle contenu soubs iceux, est égal au quarré de la difference des costez.

Ainsi que l'on peut inferer par l'antithese de ce qui a esté cy devant ordonné.

D'autant que si Bp est le rectangle soubs les costez, Dq, le quarré de la difference, il s'ensuit que 4Bp + Dq sera égal en quarré de l'aggregé des costez lequel soit FQ ; donc par antithese 4Dq seront égaux à FQ—4BQ.

Le Rectangle contenu soubs les costez soit 20, et leur somme 12, le quarré de la difference des costez sera 144—80, ou 64, duquel la racine est 8 pour la difference ; partant les costez seront 2 et 10.

ZETETIQUE VI.

Estant donné l'aggregé des costez, et l'aggregé des quarrez ; on trouvera les costez.

THEOREME.

Le double de l'aggregé des quarrez, moins le quarré de la somme des costez, est égal au quarré de la difference.

Comme il est facile à colliger par antithese de ce qui a esté dit au Zetetique precedent.

Car si Bp est l'aggregé des quarrez, Dq le quarré de la difference, et Fq celuy de la somme, 2Bp—Dq sera égal à Fq, et par antithese 2Bp—Fq est à Dq.

L'aggregé des costez soit 12. celuy des quarrez 104. partant le quarré de la difference sera 208—144, ou 64, duquel la racine est 8 pour la difference des costez.

L'exegetique en lignes est semblable à celle du precedent Zetetique.