Rafael Bombelli
L'algebra
Bologne, 1572

tiré de : Gérard Hamon, Bombelli, L'algebra, Fragments,
IREM de Rennes, 1996

Premier extrait

CAS DES CARRES EGAUX A DES TANTS ET UNE CONSTANTE ($ax^2=bx+c$)

Ayant à résoudre des Carrés égaux à des Tants et une Constante, on divise le tout par le nombre de Carrés puis on prend la moitié du nombre de Tants et on la quarre. Ce qui est produit s'ajoute à la Constante et, de la somme on prend le côté. A ce dit côté, on ajoute la moitié du nombre de Tants et la somme est la valeur du Tant. Ainsi, quand on a à résoudre $1^{\underset{\smile}{2}}$ égal à $12^{\underset{\smile}{1}}$ + 11. on prend la moitié du nombre de Tants qui est 6, son Carré est 36, qui joint à 11 fait 47, dont le côté fait R.q.47. Lui adjoignant la moitié du nombre de Tants, cela fait R.q.47 + 6 et ceci est la valeur du Tant. Mais, voulant réduire ce Cas à celui des Tants

égaux à la Constante, afin que cela serve à celui qui n'a pas en tête ces Cas qui ont été donnés, il y a toujours besoin que les Tants soient avec les Carrés : donc, si de chaque partie on retranche 12 $\overset{1}{\smile}$ on aura $1\overset{2}{\smile}$ - $12\overset{1}{\smile}$ égaux à 11. En prenant le côté du Carré, on aura $1\overset{1}{\smile}$, auquel on ajoute la moitié du nombre de Tants, c'est - 6, on aura $1\overset{1}{\smile}$ - 6. Son carré est $1\overset{2}{\smile}$ -$12\overset{1}{\smile}$ + 36, il y a + 36 avec $1\overset{2}{\smile}$-$12\overset{1}{\smile}$ Alors, en ajoutant 36 aux deux parties à la fois, on aura $1\overset{2}{\smile}$-$12\overset{1}{\smile}$ + 36 égaux à 47, de sorte qu'en prenant à la fois le côté des deux parties on aura $1\overset{1}{\smile}$ - 6 égal à R.q.47. En ajoutant 6 à la fois aux deux parties, c'est-à-dire en l'enlevant des Tants et en l'ajoutant à R.q.47, cela voudra dire que R.q.47 + 6, qui est égal à $1\overset{1}{\smile}$, est le Tant, c'est-à-dire que R.q.47 + 6 vaut le Tant. Ce Cas peut se résoudre de l'autre manière qui a été donnée, sans diviser chaque chose par le nombre de Carrés. On multiplie le nombre de Carrés par la Constante, à ce qui est produit on ajoute le carré de la moitié du nombre de Tants. De la somme on prend le côté, auquel on adjoint la moitié du nombre de Tants. Cette somme est divisée par le nombre de Carrés et ce qu'il advient est la valeur du Tant. Comme par exemple : en égalisant 4 $\overset{2}{\smile}$ à $8\overset{1}{\smile}$ + 18. En multipliant 4 ,le nombre de Carrés, par 18, cela fait 72, et à cela on ajoute 16, carré de la moitié des Tants, cela fait 88 duquel on prend le côté, qui est R.q.88. A cela on ajoute 4, moitié des Tants, cela fait R.q.88 + 4 et ceci est divisé par 4, le nombre de Carrés, il en vient R.q.5 $\frac{1}{2}$ + 1 et R.q.5 $\frac{1}{2}$ + 1 est la valeur du Tant.

En égalisant $1\overset{2}{\smile}$ - R.q.$8\overset{1}{\smile}$ à 6.

$1\overset{2}{\smile}$ - R.q.$8\overset{1}{\smile}$ égal à 6

$1\overset{2}{\smile}$ - R.q.$8\overset{1}{\smile}$ + 2 égal à 8

1^{1}

1- R.q.2 égal à R.q.8

1^{1}

1 égal à R.q.8 + R.q.2, c'est-à-dire R.q.18 et R.q.18 vaut le Tant.

En prenant la moitié des -R.q.8, il en vient -R.q.2, qui joint à 1^{1}, côté du Carré, donnera 1^{1} - R.q.2 ; son carré sera 1^{2} - R.q.8^{1} + 2, ce qui fait 2 en plus. Alors, en joignant 2 à 1^{2} - R.q.8^{1} et à 6 cela fait 1^{2}- R.q.8^{1} + 2 égal à 8. En prenant le côté de chacune des parties on aura 1^{1} - R.q.2 égal à R.q.8, en joignant R.q.2 à R.q.8 cela fait R.q.18 et ceci est égal à 1^{1}. Alors, le Tant vaudra R.q.18 et je dois prévenir que R.q.8^{1} n'ayant pas le symbole des R.q. d'un tout[22], c'est seulement la R.q. du nombre sans l'inconnue.

Fin du premier extrait - Début du deuxième extrait ----------

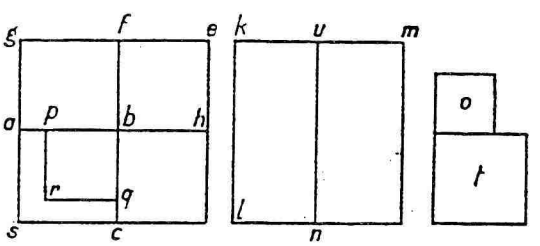
DEMONSTRATION DU CAS PRECEDENT DES CARRES EGAUX A DES TANTS ET UNE CONSTANTE

Soit le Carré .s.g.e. égal aux Tants .l.k.m. (.l.k. étant égal à .s.g. et .k.m. étant 8) et à la surperficie .o., laquelle est 9. Ici, il est manifeste que si du carré .s.g.e. on enlève une partie égale au parallélogramme .l.k.m., le restant sera égal à la superficie .o. pour que .l.k.m. et .o. soient égaux à .s.g.e. Et .s.g.e. étant un carré, ses côtés seront un Tant et, .l.k.m. étant 8 Tants, .l.k. est un Tant et .k.m., 8. Pour enlever du Carré .s.g.e. une partie égale à .l.k.m., on divise .k.m. en deux parties égales en .u. et on trace .u.n. parallèle à .l.k.. Le parallélogramme .l.k.m. sera divisé en deux parties égales. Maintenant, on met la partie .l.k.u. sur .e.f.c. faisant l'angle .e. commun, il en restera la partie .s.g.f. de laquelle on veut enlever un

---

22 Le tout désigne une expression entre parenthèses. Ici, il s'agit de $\sqrt{8x}$ et non de $\sqrt{8}x$.

morceau égal à la superficie .n.u.m. En le posant dessus et en faisant l'angle .g. commun, on en viendra à tailler le parallélogramme .a.g.f. auquel il manque, pour être égal au parallélogramme .n.u.m., le carré de .f.e. lequel est 16, parce qu'il est composé de deux segments égaux à .k.u. et .u.m., chacun desquels fait 4. Alors, si du carré .s.a.b. on enlève le carré .r.p.b. égal au carré .b.f.e., toute la superficie .a.p.r.q.c.h.e.g. est égale à .l.k.m. parce que .c.e. est égal à .l.k.u. et .a.p.r.q.f.g. est égal au morceau .n.u.m. C'est pourquoi, le gnomon .s.a.p.r.q.c. est égal à la surface .o., de sorte que le dit gnomon, en se joignant à la surface .r.b., qui est 16, deviendra un carré. Mais, si on joint au dit gnomon et à la surface .o. un carré égal à .r.b. et qui soit le carré .t., alors le carré .s.b. sera égal à la surface .o., qui est 9, et à la surface .t. qui est 16. Alors, le carré .s.b. sera 256, parce qu'égal aux dites surfaces, et le carré .s.b. étant 25, son côté est 5, .a. sera 5 et .a.g. 4 parce



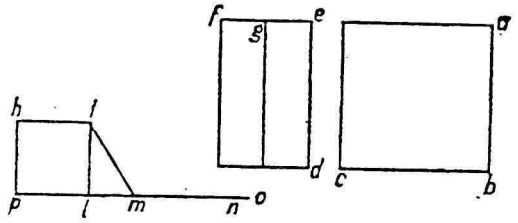
qu'égal à .k.u. qui est la moitié de .k.m., qui est 8. .a.g. étant 4 et .a.s. 5, .s.g. entier sera 9. Au début, c'était un Tant, alors le Tant sera donc 9, parce que le segment .s.g. est un Tant et 9 pour la raison dite et avancée.

Fin du deuxième extrait - Début du troisième extrait ----------

DEMONSTRATION DU CAS SUSDIT PAR SEGMENTS

Soit le carré .a.b.c. égal aux inconnues .d.e.f. et à la surface qui sera notée .h.i.l.. Que .d.e. soit égal à .a.b., c'est-à-dire que chacun soit $1^{\underset{\smile}{1}}$, on veut alors trouver combien doit être .a.b.. Si la surface .h.i.l. n'est pas carrée on la réduit à un carré en faisant un carré qui lui soit égal. Mais, étant supposé qu'elle soit un carré, on

divise .e.f. au point .g. en deux parties égales et puis on prolonge .p.l. jusqu'en .o.. Puis on fait .l.m. égal à .e.g., on trace .i.m. et .m.n. égaux à .m.i. Le segment .n.l. sera la valeur du Tant et chacun des segments .a.b., .b.c., .d.e. sera égal au



dit segment .n.l. De la sorte, le carré .a.b.c. est égal au parallélogramme .d.e.f. et au carré .h.i.l.. En présupposant que .h.i.l. est égal à 16 et .e.f. à 6, le segment .l.m. sera 3, pour être égal au segment .e.g., moitié de .e.f. .Le segment .i.l. est 4, parce que le carré .h.i.l. est 16, et le segment .n.m. sera 5 parce qu'égal au segment .i.m., et le segment .l.n. en entier sera 8.

Alors, les segments .a.b., .b.c. et .d.e. devant être autant et chacun d'eux étant 8, le carré .a.b.c. sera 64 et le parallélogramme .d.e.f. sera 48 pour que .d.c. soit 8 et .e.f. 6.. .d.e.f. étant 48 et .h.i.l. 16, joints ensemble, ils sont égaux au carré .a.b.c. qui est également 64 (comme cela a été dit).

Fin du troisième extrait

CAS DES CARRES ET CONSTANTE EGAUX AUX TANTS ($ax^2 + c=bx$)

Dans l'étude de ce Cas, les racines carrées de nombres négatifs apparaissent. Contrairement à ce qui se passe pour les Cas dans lesquels devraient apparaître des solutions négatives que Bombelli ne mentionne pas, les solutions "complexes" dans notre langage actuel sont mentionnées comme telles.

Quand on a à résoudre des Carrés et Constante égaux aux Tants, on prend la moitié du nombre de Tants et on les quarre et de ce qui est produit on retranche la Constante. Du restant, on prend le côté et on l'ajoute ou le retranche de la