

La mesure dans la vie de monsieur et madame tout le monde

Louis Charbonneau

Introduction

De nos jours, personne ne conteste que la mesure est au fondement même du fonctionnement de notre société. Dans la chronique du mois de mai¹, j'ai abordé très brièvement la question de savoir qu'est-ce qu'on peut mesurer, et ce jusqu'au XVII^e siècle. Dans la présente chronique, je porterai mon attention sur une question légèrement différente. Alors qu'après la Renaissance on en vient à mesurer des phénomènes de plus en plus variés, comment les membres de l'ensemble des sociétés, monsieur et madame tout le monde, en vinrent-ils à constater qu'effectivement la mesure est un outil fondamental dans le développement des sociétés ?

La question est pertinente. En effet, jusqu'à la Renaissance, la très grande majorité de la population vivait sans sentir le besoin de savoir lire, écrire ou même compter. Mais depuis, un certain nombre d'événements ont complètement changé cette donne. Sans chercher à être exhaustif, il est intéressant de signaler quelque-uns de ces événements qui ont participé à rendre l'ensemble de la société consciente de l'importance de la mesure.

Trois étapes vers la reconnaissance de l'importance de la mesure

Le passage d'une vision non numérique de l'univers à une vision numérisée esquissée à la fin de la chronique de mai dernier repose sur trois grandes étapes préalables.

La première, qui s'étale sur tout le Moyen Âge, correspond à une réévaluation de l'intérêt même de l'activité de mesure. Au début du Moyen Âge, la mesure comme outil de connaissance est vue avec scepticisme. En effet, ce que la mesure extrait d'un phénomène implique une perte d'informations sur ce phénomène. La mesure n'en retient nécessairement que certains aspects. Or, le philosophe du Moyen Âge recherche au contraire à obtenir une compréhension globale des phénomènes, de façon à pouvoir les saisir dans leur totalité. De fait, dans l'étude de l'univers, le nombre relève pour lui plus du qualitatif que du quantitatif. Le nombre ouvre des pistes d'interprétation. Le succès à cette époque de la numérologie (la cabale par exemple) et de l'astrologie donne une idée de ce rôle qualitatif du nombre. Cet usage du nombre commencera à évoluer à partir de la seconde moitié du XIII^e siècle alors que le nombre commence à mesurer des choses jusqu'alors plutôt intangibles. Le développement du commerce à grande échelle provoque le retour des villes comme centres principaux des activités économiques et intellectuelles. Contrairement à ce qui se passe dans les campagnes, le temps immédiat, à l'intérieur de la journée, y prend une grande importance. Bientôt, des horloges rythment la vie. La monnaie en vient aussi à mesurer numériquement le travail, remplaçant de plus en plus le troc comme outil d'échange. Pour les commerçants, cette bourgeoisie en devenir, le nombre exprime une façon de saisir leur réalité. Le nombre n'est plus mystique, ni qualitatif, mais éminemment pratique et quantitatif. Ce sont les marchands qui finissent au XVI^e siècle par imposer les

méthodes arabes de calcul impliquant l'usage de la numération indo-arabe.²

La seconde étape correspond à la prise de conscience de l'importance de la précision des mesures. Ici, ce sont les astronomes qui jouent un rôle moteur, en particulier Tycho Brahe (1546-1601) et Kepler (1571-1630). Tycho Brahe avait développé des instruments astronomiques les plus précis que l'on puisse réaliser sans le recours à des lentilles. Kepler, qui travailla avec lui, a hérité de son maître non seulement ce souci de la précision, mais aussi, et pour nous c'est là le plus important, cette conception qu'un modèle³ mathématique d'un phénomène n'a de valeur que s'il permet de prédire avec une précision équivalente à celle des instruments de mesure disponibles. On retrouve chez Kepler des éléments relevant de la croyance que les nombres fournissent des informations d'ordre qualitatif. Ainsi sa tentative d'expliquer le nombre de planètes alors connues (six) par l'existence des six solides platoniciens.⁴ Mais, même ce genre d'heuristique est tributaire de l'adéquation entre les prévisions du modèle et les données d'observations. Coincé par cette dépendance, Kepler rejettera successivement plusieurs modèles astronomiques jusqu'à ce qu'il arrive à son modèle basé sur les orbites elliptiques des planètes. Après le succès de Kepler, il ne pourra plus être question de négliger l'importance de la précision des mesures dans l'étude de phénomènes de la nature.

Il y a toutefois un prix à payer dans la recherche de la précision des mesures. C'est là la troisième étape. Pour être précis, il faut avant tout savoir comment évaluer si on atteint effectivement un degré de précision cherché. C'est là un premier problème. Mais avant même de le résoudre, il faut pouvoir noter les résultats de la mesure. À certains égards, cette dernière difficulté avait été résolue par les Babyloniens et les astronomes grecs avec leur notation sexagésimale des fractions. Mais, cette solution devient boiteuse lorsque utilisée dans le cadre d'une numération décimale puisqu'elle impose de fonctionner d'une façon avec les entiers et d'une autre avec les fractions. Aussi longtemps que les fractions sexagésimales n'étaient employées que par quelques astronomes, cette faiblesse pouvait être acceptée et bien gérée. Mais, du moment que l'usage des fractions se répand, les inconvénients de cette dichotomie deviennent rapidement flagrants. D'autant plus qu'à l'époque de Kepler, les arpenteurs commencent à mettre à profit les méthodes des astro-

nomes. Ils se trouvent de la sorte confrontés à la nécessité de répandre ces méthodes de calculs bien au-delà des cercles restreints où elles se confinaient jusqu'alors. C'est un peu dans cet esprit que Simon Stevin (1548-1620) propose en 1585 « aux astrologues, mesureurs de tapisserie, (...) maîtres de monnoye et à tous Marchans » d'utiliser les fractions décimales. Son appel sera cependant plus ou moins écouté. L'impulsion réelle viendra plutôt à nouveau de l'astronomie avec la publication, en 1616, d'une traduction anglaise des tables de Napier (1550-1617) des logarithmes des sinus, cosinus et tangentes d'un angle, puis d'une autre table par ce dernier en 1617.⁵ C'est dans le cadre de l'utilisation des logarithmes que se répandra l'usage des fractions décimales telles que nous les utilisons, avec un point ou une virgule séparant la partie entière de la partie fractionnaire. Il ne faut pas minimiser l'importance des fractions décimales. Leur introduction a un double avantage. D'une part, elle permet de réunir les fractions, les proportions et les quotients dans une même notation et, par le fait même, de leur associer les mêmes algorithmes pour les opérations élémentaires. D'autre part, elle rapproche les entiers naturels et les fractions au point de les confondre dans une notion plus large de nombre.

La révolution scientifique : la mesure comme source du changement de la vision de l'univers

Au début du XVII^e siècle, le climat et les outils sont maintenant en place pour faire germer l'âge de la mesure. Les instruments scientifiques vont se répandre dans toute l'Europe. Instruments astronomiques et de navigation, thermomètres, baromètres, pluviomètres, anémomètres, hygromètres, machines à calculer. Mais, dans un premier temps, il ne s'agit pas encore d'un mouvement impliquant toutes les couches de la société. Seule est concernée une élite composée de scientifiques et de personnes ayant des intérêts dans le commerce, la navigation et l'exploration. Mais cette élite s'engage dans un large mouvement d'ouverture vers des domaines qui, jusqu'alors, étaient considérés comme peu propices à faire l'objet de mesure. Pensons à la température, la vitesse, la pression, le magnétisme. Cet esprit aventureux mène le XVII^e siècle à compléter ce qu'il est commun d'appeler la Révolution scientifique. Cette révolution implique beaucoup plus que la centration de l'univers sur le Soleil et la découverte par Newton des lois de l'attraction universelle. Elle implique surtout des changements de mentalité quant

à la vision du monde. Alexandre Koyré résume magistralement ces changements.⁶

(Ces changements) me semblent pouvoir être ramenés à deux éléments principaux, d'ailleurs étroitement liés entre eux, à savoir la destruction du Cosmos, et la géométrisation de l'espace, c'est-à-dire *a*) la destruction du monde conçu comme un tout fini et bien ordonné, dans lequel la structure spatiale incarnait une hiérarchie de valeur et de perfection, monde dans lequel « au-dessus » de la Terre lourde et opaque, centre de la région sublunaire du changement et de la corruption, s'« élevaient » les sphères célestes des astres impondérables, incorruptibles et lumineux, et la substitution à celui-ci d'un univers indéfini, et même infini, ne comportant plus aucune hiérarchie naturelle et uni seulement par l'identité des lois qui le régissent dans toutes ses parties, ainsi que par celle de ses composants ultimes placés, tous, au même niveau ontologique ; et *b*) le remplacement de la conception aristotélicienne de l'espace, ensemble différencié de lieux intramontagnards, par celle de l'espace de la géométrie euclidienne — extension homogène et nécessairement infinie — désormais considéré comme identique, en sa structure, avec l'espace réel de l'Univers. Ce qui, à son tour, impliqua le rejet par la pensée scientifique de toutes considérations basées sur les notions de valeur, de perfection, d'harmonie, de sens ou de fin, et finalement, la dévalorisation complète de l'Être, le divorce total entre le monde des valeurs et le monde des faits.

Les nouvelles théories cosmologiques et physiques de Galilée et de Newton ouvrent des portes dont l'existence même demeurait jusqu'alors insoupçonnée. Dans les systèmes d'explication du monde, la tradition fait place à la modélisation de faits observables et mesurables. En passant d'un univers centré sur la Terre à un univers centré sur Soleil, pour se retrouver alors plus ou moins perdu dans un univers nécessairement très grand sinon infini, les Européens subissent un véritable choc psychologique. Il semble ne plus y avoir d'absolu. Révolution ! Et une révolution qui touchent tous et chacun. Mais, chacun sait aussi que cette révolution des mentalités et des idées repose sur la mesure. Dès lors, même si dans la vie de tous les jours, les effets tangibles de cette révolution demeurent plutôt

ténus, l'importance de la mesure dans ce bouleversement auréole celle-ci d'un statut nouveau. Chacun sait maintenant que la mesure ouvre des horizons par ailleurs invisibles sans elle.

La Révolution française et le XIX^e siècle, ou lorsque la mesure change la vie des gens

Avec le début du XVIII^e siècle, une toute nouvelle attitude face à la mesure s'est définitivement installée. Du côté des mathématiques, la géométrie a été quantifiée par Descartes. Le passage de la géométrie à l'algèbre prend pour base la mesure de certains segments par rapport à une unité de mesure pré-établie. La mécanique newtonienne ne fait pas qu'introduire des concepts nouveaux, comme celui d'attraction et de force, elle nous outille aussi pour les mesurer. Certains phénomènes se révèlent plus difficiles à quantifier. Ainsi en est-il de la température puisqu'il faudra attendre 1714 pour que Gabriel Daniel Fahrenheit (1686-1736) construise, en utilisant du mercure, un thermomètre suffisamment précis pour permettre l'établissement d'une bonne échelle de température. Néanmoins, les choix qu'il fait pour établir cette échelle montre bien la place centrale de l'homme dans sa conception de l'univers. En effet, il divise en 96 « degrés » (8×12) l'écart entre la température de congélation de l'eau très salée et la température du corps humain. D'autres phénomènes résistent encore davantage à la mesure. Les forces d'attraction et de répulsion magnétique ou électrostatique ne seront mesurées qu'à partir de 1785 grâce à la « balance de Coulomb », du nom de son inventeur Charles Coulomb (1736-1806). Ces mêmes années voient aussi la véritable quantification de la chimie avec les travaux de Lavoisier (1743-1794) qui, utilisant ses très grandes ressources financières personnelles, fera construire des balances et des thermomètres très précis. Son invention du calorimètre a permis, en introduisant la notion, quantifiable, de quantité de chaleur, d'aller au-delà des variations de températures dans l'étude des phénomènes thermiques. Mentionnons aussi, les tentatives d'utilisation des probabilités pour donner à l'étude des sociétés un statut scientifique. Le marquis de Condorcet n'écrivait-il pas, parlant de Turgot, mais faisant sienne cette conviction, que « un grand homme (...) était persuadé que les vérités des Sciences morales et politiques, sont susceptibles de la même certitude que celles qui forment le système des sciences physiques, et même que les branches de ces sciences qui, comme l'Astrono-

mie, paraissent approcher de la certitude mathématique. »⁷ Ce même Condorcet, un adepte des Lumières, voyait dans les sciences une source du progrès pour l'humanité. Cette idée d'associer science et progrès se cristallise lors de la Révolution française (1789-1799) dans certaines actions des maîtres à penser de celle-ci, parmi lesquels se retrouvent plusieurs scientifiques et mathématiciens.⁸ En regard de notre propos, deux événements méritent notre attention car ils auront une grande importance au niveau de la vie de tous les jours non seulement des citoyens français, mais aussi de ceux de l'ensemble de l'Occident, puis du monde.

Le premier de ces événements est la décision de l'Assemblée nationale, prise en 1790, de pousser à terme les études nécessaires pour instaurer un nouveau système de mesure de longueur et de poids qui soit décimal, le système métrique.⁹ Jusqu'alors, en France, plusieurs systèmes de mesure coexistaient. Selon la province où l'on se trouvait, on utilisait des unités de mesures différentes, qui parfois portaient des noms différents, mais souvent portaient le même nom.¹⁰ Cela complexifiait les activités de commerce et ouvrait la porte à de nombreuses fraudes. Cette multiplication des systèmes avait aussi des conséquences moins graves mais tout de même révélatrices. Ainsi, un collègue du Département des Sciences de la Terre de l'UQAM possède une carte de la France datant du XVIII^e siècle qui montre une Bretagne clairement disproportionnée par rapport au reste de la France. Cette carte a été dessinée en utilisant diverses cartes des provinces de France. On comprend dès lors d'où vient cette anomalie lorsqu'on constate qu'en Bretagne, l'unité de mesure de longueur était nettement plus petite que celle utilisée dans le reste du royaume. Ainsi, jouxtant une carte de Bretagne aux cartes des provinces voisines et voulant harmoniser les échelles de ces diverses cartes, le cartographe a dû « nécessairement » dessiner une Bretagne plus grande... puisque de deux trajets, pour nous de longueurs égales, celui situé en Bretagne apparaît numériquement plus grand que celui situé ailleurs. Mais, comment choisir une unité de mesure ? La Révolution française prétend à l'universalité. Le système de mesure qu'elle cherche à établir doit faire de même. Le président de la Convention s'exprime explicitement là-dessus en 1792 : « Enfin le génie de la liberté a paru et il a demandé au génie des sciences quelle est l'unité fixe et invariable, quelle est l'unité qui n'a pas besoin d'être déplacée pour être connue, et que l'on pourra vérifier dans tous les temps

et dans tous les lieux. »¹¹ On avait proposé, dès 1671, de prendre pour unité de longueur la longueur d'un pendule qui bat la seconde. Mais la longueur d'un tel pendule dépend de la localisation du pendule sur la Terre. Aussi, pour ne pas que l'unité de mesure soit ainsi associée à un endroit précis, le comité chargé de la mise au point de l'unité de mesure de longueur, le futur mètre, décida de définir le mètre comme le dix-millionième du quart d'un méridien terrestre. Mais, il fallait dès lors mesurer précisément un méridien. Une équipe, sous la direction des astronomes Delambre et Méchain, fut chargée de le faire pour le méridien qui passe par Dunkerque et Barcelone. Le travail s'étala de 1792 à 1799. L'usage du nouveau système ne deviendra obligatoire en France qu'en 1840. Il se répandra par la suite de par le monde. La création de ce nouveau système de mesure a permis de préciser les critères que devrait respecter tout processus de standardisation des unités de mesure. Cet aspect se révélera particulièrement important au XIX^e siècle alors que l'industrialisation progresse et que des besoins nouveaux se manifesteront quant à la mesure d'un peu toutes sortes de choses.

Le second événement est la fondation de l'École Polytechnique de Paris en 1794. À l'origine, cette école était une école préparatoire pour les autres grandes écoles, principalement les écoles d'ingénieurs comme l'École des Mines et le l'École des Ponts et Chaussées. Or, de par la volonté de ses fondateurs, le programme de l'École Polytechnique s'articule autour des mathématiques, plus particulièrement du calcul différentiel et intégral et de l'analyse. Il en résultera une véritable révolution dans le monde de l'ingénierie. En fait, on peut faire remonter aux premières années de l'École Polytechnique la mathématisation de nombreux domaines du génie. Le succès de cette école a été tel qu'on venait de partout en Europe et même d'Amérique pour voir ce qu'on y enseignait. Plusieurs élèves et professeurs de cette école sont maintenant au palmarès des grands scientifiques. Mentionnons pour la physique Fourier, Poisson, Gay-Lussac, Malus, Poinsot, Ampère, Fresnel, Coriolis. Cette évolution accélérée en France du génie mathématisé au début du XIX^e siècle inspirera les universités allemandes et anglaises qui imiteront la formation française pour leur ingénieur. Ainsi, alors que la révolution industrielle prend son envol d'abord en Angleterre mais aussi dans l'ensemble de l'Europe et donne à l'ingénieur une place nouvelle et de plus en plus importante dans les rouages

de l'économie, ces mêmes ingénieurs reçoivent une formation mathématique qui leur permet de construire ce qui jusqu'alors paraissait impossible, ou même impensable. Dès lors, s'exhibent à la vue de tous les succès des ingénieurs, comme le pont Victoria complété à Montréal en 1859 et considéré alors comme un bijou de l'ingénierie. Mais le travail d'ingénieur implique la mesure au quotidien. Aussi, par la Révolution industrielle et la place qu'y occupent les ingénieurs, l'idée de l'importance de la mesure, et de son utilité démontrée pour le progrès des sociétés, pénètre profondément dans l'inconscient collectif de l'Occident.

Cependant, cette révolution industrielle produit aussi des effets sociaux négatifs. Au début du XIX^e siècle, la création d'une classe de travailleurs, prolétaires, vivant dans des conditions sanitaires très difficiles renverse le sens de l'évolution du progrès. Ainsi, en Angleterre, on constate que le taux de mortalité semble croître. Quelles sont les raisons de cette augmentation du taux de mortalité ? Pour comprendre les phénomènes qui influent sur le bien-être des populations urbaines, il faut avoir non seulement des données sur celles-ci, mais des données fiables. L'arithmétique politique, qu'on appellera la Statistique à partir de 1790, développée en Angleterre au XVIII^e siècle, cherche précisément à faire cela.¹² Les modifications sociales perceptibles au début du XIX^e siècle poussent à raffiner les critères de fiabilité. À partir de 1836, l'état anglais se dote d'un *General Register Office* qui, chaque année, publie des données sur un ensemble de sujets d'intérêt public en plus de longs commentaires sur la médecine préventive, les réformes sanitaires, l'économie, le commerce des assurances, etc. Ces statistiques permettent de mettre en évidence des phénomènes jusqu'alors appréhendés qualitativement, mais, pour lesquels, il était difficile de déterminer les actions concrètes à prendre pour y faire face. Ainsi, le rapport de 1843 compare l'espérance de vie à Londres, à Surrey, banlieue de Londres, et à Liverpool. Les différences sont frappantes : Surrey 45,1 ans, Londres, 36,7 ans, Liverpool, 25,7 ans. À Liverpool, un enfant sur deux meurt avant d'atteindre son cinquième anniversaire. En 1852, le rapport étudie l'épidémie de choléra qui a frappé le pays en 1848 et 1849. On y constate qu'à Londres, le niveau de mortalité est alors beaucoup plus élevé chez les populations habitant près de la Tamise que pour celles qui habitent plus en hauteur.¹³ La fiabilité de ces diverses données permet aux politi-

ciens de prendre des décisions éclairées en regard de l'hygiène publique. Et certaines de ces décisions ont des effets marqués sur les populations. Ainsi, toujours en Angleterre, on a pu constater le bien-fondé de la décision d'améliorer les systèmes de distribution de l'eau en milieu urbain. Deux fléaux, le choléra et la fièvre typhoïde, furent de la sorte jugulés. Pour la typhoïde, le taux de mortalité passa progressivement « de 332 pour un million d'habitants en 1871-1880, à 198 en 1881-1890, et à 91 en 1901-1910. Entre 1921 et 1925, il n'était plus que de 25. »¹⁴ De fait, la statistique avait non seulement d'abord aidé à cibler les causes possibles de ces maladies, mais elles avaient permis de vérifier sur une grande échelle le bien fondé des mesures à prendre pour les enrayer. Ce genre de démonstration devenait de plus visible à l'ensemble de la population. Par la suite, la nécessité de procéder à des cueillettes d'information sur les populations n'a plus eu à être justifiée, même si le traitement de ces informations laissaient plusieurs inquiets de l'usage qu'il en serait fait. Par le biais de la médecine et de l'hygiène publique, une autre facette de la mesure devient visible à la population en général et nourrit de la sorte la perception que la mesure est un outil majeur du progrès.

Aujourd'hui

Au début du XX^e siècle, l'idée que, pour faire progresser l'humanité il faille passer par la mesure, s'est répandue dans la population en général. C'est que la société du XIX^e siècle a pu, dans le quotidien, associer mesure et progrès. Le XX^e siècle va voir s'accroître cette perception entre autres par les succès de la médecine, par les applications de l'électromagnétisme (radio, communication sans fil, télévision, résonance magnétique nucléaire), par la banalisation des ordinateurs, etc. Mais, simultanément, l'utilisation des connaissances scientifiques pour des fins de destruction et les conséquences néfastes de l'industrialisation sur l'environnement renverseront progressivement et partiellement ce courant. Sommes-nous à l'aube d'une nouvelle ère, d'un nouvel âge ? La mesure redeviendra-t-elle à nouveau un outil qualitatif de préhension de l'univers ? ■

Notes

¹ Voir Charbonneau, L. (2002). Que peut-on mesurer avec des nombres ? *Bulletin AMQ*, XLVII (2), p. 61-65.

² Voir Crosby, A.W. (1997). *The Measure of Reality, Quantification and Western Society, 1250-1600*. Cambridge, Cambridge University Press.

³ C'est un mot moderne que j'utilise ici un peu abusivement.

⁴ Koyré, A. (1961). *La révolution astronomique*. Paris, Hermann, chapitres II et III. Aussi, Koestler, A. (1960). *Les Somnambules*, Essai sur l'histoire des conceptions de l'Univers. Paris, Calmann-Lévy, quatrième partie.

⁵ Smith, D.E. (1958). *History of Mathematics*, tome 2. New York (NY), Dover, p. 244.

⁶ Koyré, A. (1973). *Du monde clos à l'univers infini*. Paris, Gallimard, coll. Idées, n° 301, p. 11-12.

⁷ Condorcet, Marquis de (1974). *Mathématique et société*, choix de textes et commentaire par Roshdi Rashed. Paris, Hermann, collection Savoir, p. 97.

⁸ Voir mon article, Charbonneau, L. (1990). La Révolution française : les mathématiciens au pouvoir. *Bulletin AMQ*, XXX (2), p. 17-23. Repris dans *PLOT*, 64/65, décembre 1993, p. 33-43.

⁹ Smith, D.E. (1958). *History of Mathematics*, tome 2. New York (NY), Dover, p. 649-650.

¹⁰ http://www.afg-2000.org/manuel_genealogie/mesures/sommaire.html

¹¹ Guedj, D. (1988). *La révolution des savants*. Paris, Gallimard, collection Découvertes Gallimard, n° 48, p. 41-52.

¹² Pour une histoire des débuts de la statistique, voir Leti, G. (2000) : La naissance de la statistique et les origines de la nouvelle science de la nature, *Bulletin AMQ*, XL (3), p. 6-24.

¹³ Schalchli, L. (1998). Londres enquête sur ses pauvres. *Les Cahiers de Science & Vie, 1000 ans de sciences, VI- XIX^e siècles, La folie de la mesure*, n° 48, p. 50-55.

¹⁴ Shryock, R.H. (1956), *Histoire de la médecine moderne*. Paris, Armand Colin, p. 187.

Louis Charbonneau
Département de mathématiques
UQÀM
C.P. 8888, Succ. Centre-Ville
Montréal (Québec) H3C 3P8
Charbonneau.louis@uqam.ca

45^e congrès de l'Association Mathématique du Québec

Mathématiques et éducation : une histoire infinie

4, 5 et 6 octobre 2002
Holiday Inn Saguenay, Jonquière

Information : www.mlink.net/~amq/AMQ/