André Ross
Louis Charbonneau

Trois petits écoliers, trois grandes époques Coccalas, Abdellah et Pierre

Louis Charbonneau
UQAM

Lorsqu'on pense aux mathématiques et à leurs rapports avec la société dans laquelle elles baignent, nous viennent à l'esprit les grands mathématiciens, leurs travaux, leurs grandes découvertes. Se présentent aussi à nous des questions relatives à leur place dans cette société et, plus généralement, au rôle des mathématiques dans le fonctionnement même de cette société. Aujourd'hui, je veux m'éloigner de ces réflexes habituels pour me pencher sur une mathématique souvent oubliée, celle que rencontre un petit écolier au cours des premières années de sa carrière scolaire. En fait, je tenterai d'apporter un début de réponses aux trois questions suivantes.

> *Que connaissait en mathématiques un enfant qui terminait ses études « primaires » ?*
> *Dans quelles situations quotidiennes ces mathématiques étaient-elles utiles ?*
> *Qui étaient ceux qui utilisaient ou créaient les mathématiques et où travaillaient-ils ?*

Dans ce dessein, je m'intéresserai à trois écoliers imaginaires, Coccolas, un jeune égyptien hellénisé d'Alexandrie au début de notre ère, Abdellah, un jeune andalou de Cordoue vers l'an mil, Pierre, un jeune de Nouvelle-France une dizaine d'années avant la conquête. Retournons donc notre lorgnette pour pointer vers le quotidien d'un passé révolu.

Coccolas d'Alexandrie

Nous sommes à **Alexandrie** en 110 de notre ère. Fondée par Alexandre le Grand il y a près de quatre cents ans, Alexandrie est devenue, sous les rois de la dynastie des Ptolémées, le centre de la civilisation grecque. Depuis l'intégration de l'Égypte dans l'Empire romain peu avant le début de notre ère, son statut de centre artistique et littéraire de l'est de l'empire s'est confirmé. Coccalas a maintenant quatorze ans. Il termine cette année la première étape de son éducation, celle de l'écriture[1]. Chaque jour, il se réveille avant même le lever du soleil pour se présenter dans la classe à l'aurore. Il s'y rendra avec son pédagogue, ce vieil esclave qui l'accompagne jusque chez maître

> **Un mot pour rappeler une époque**
>
> **Pédagogue**
>
> Sens actuel : Celui qui a le sens de l'enseignement.
>
> Dans l'antiquité gréco-romaine, on chargeait habituellement un vieil esclave d'accompagner l'enfant à l'école pour le protéger en chemin. Mais cet esclave avait aussi pour tâche d'éduquer l'élève pour qu'il devienne une personne ayant un bon sens moral. Il était aussi chargé de faire répéter les leçons à son élève, de sorte que, alors que le littérateur transmettait la connaissance, lui s'assurait que l'élève la faisait sienne. On comprend mieux ainsi pourquoi on choisissait un esclave ayant déjà une longue expérience.
>
> (Les informations relatives aux mots et leur histoire, dans cet encadré et les autres, proviennent en partie du dictionnaire d'Alain Rey, *Le Robert, Dictionnaire historique de la langue française*, Paris, 1998).

Lampriscos, le littérateur[2]. Une journée bien remplie l'attend. La première partie de la matinée sera consacrée à la lecture et à l'écriture. Par la suite, il ira à la palestre pour un peu d'exercice. Il reviendra à la maison avec son pédagogue pour le repas de midi. Avant de retourner chez maître Lampriscos, son pédagogue lui fera répéter ses leçons du matin. Tout l'après-midi sera consacrée à nouveau à la lecture et à l'écriture. Il en va ainsi tous les jours. Heureusement que les fêtes viennent couper cette routine environ 6 à 8 fois par mois.

La lecture et l'écriture ne se limitent pas aux lettres et aux mots, elles comprennent aussi la lecture et l'écriture des chiffres et des nombres, qui, de toute façon, s'écrivent avec les lettres. Ainsi un s'écrit $\overline{\mathrm{A}}$, deux, $\overline{\mathrm{B}}$, trois, $\overline{\Gamma}$, dix, $\overline{\mathrm{I}}$, vingt, $\overline{\mathrm{K}}$, etc. La barre au-dessus des lettres indique qu'il s'agit de chiffres et non de lettres. Pour écrire un nombre, il suffit de juxtaposer les symboles qui, additionnés ensemble, donne le nombre désiré. Ainsi le nombre vingt-trois s'écrit $\overline{\mathrm{K}\Gamma}$. Avec l'alphabet de 24 lettres, complétée par trois lettres alors désuètes, Coccalas peut écrire tous les nombres de un à neuf cent quatre-vingt dix-neuf (voir la figure 1).

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ϝ	Ζ	Η	Θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	ϡ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Figure 1
Symboles de la numération grecque

Coccalas a aussi maîtrisé une autre façon de représenter les nombres, avec ses doigts. Avec le petit doigt, l'annulaire et le majeur de la main gauche, il peut représenter les nombres de un à neuf, et avec l'index et le pouce de cette même main, il peut représenter les dizaines jusqu'à quatre-vingt-dix. De la sorte, il peut exprimer tout nombre strictement inférieur à cent avec sa seule main gauche. De façon similaire, avec sa main droite, il peut montrer les centaines, de cent à neuf cents, et les milliers, de mille à neuf mille. Aussi, à l'aide uniquement de ses doigts des deux mains, il peut montrer n'importe quel nombre strictement inférieur à dix mille. Cet usage du « comput digital » permet l'énoncé d'énigmes comme celle-ci : « Vous tenez huit dans la main, ôtez-en sept, il restera six ». Cette énigme s'explique par le fait (voir la figure 2) que huit est représenté par le petit doigt et l'annulaire pliés en deux. Si on « enlève » sept, sept étant exprimé par le petit doigt plié en deux, le petit doigt se déplie et il ne reste plié que l'annulaire. Or, c'est là la représentation de six.[3] Tout cela n'est pas très facile…

Figure 2
Comput digital

On le voit, la maîtrise des représentations écrites et digitales des nombres exige certainement du temps. Aussi, Coccalas n'apprendra pas comment calculer avec les nombres.[4] D'ailleurs, même l'oncle de Coccalas, Hermenion, un haut fonctionnaire d'Alexandrie, a toujours besoin, sur sa table de travail, d'une liste des additions, ce que nous appellerions une table d'addition.[5]

Mais, ce que Coccalas trouve le plus pénible est la lecture des parties, nos fractions, car pour en parler, il faut d'abord connaître les unités de mesure des poids, qui servent aussi pour la monnaie. On a la table de correspondance suivante, à partir de la plus petite unité de mesure, le chalque :

Chalque
Huit chalques est une obole
Six oboles est une drachme
Cent drachmes est un mna
Soixante mnas est un talent.

Il faut retenir le facteur de passage d'une unité à l'autre, car ils sont chaque fois différents Les calculs s'en trouveront d'autant complexifiés. Cela nous rappelle le système anglais avec ses pieds, ses verges, ses milles. Par ailleurs, chaque unité a un symbole :

Un chalque : X, une obole : I, une drachme : ⊢, un mna : H, un talent : T.

Il est aussi possible d'écrire des parties d'oboles. Ainsi la demi-obole se note C,[6] le quart d'obole est représenté par T (à ne pas confondre avec le talent, même si le symbole est identique) et le huitième, le chalque, par X.[7] Pour écrire une fraction de drachme, on se ramène à l'obole et à ses subdivisions. Ainsi, pour la huitième partie de drachme, on écrira C X X. Pour la quatrième partie, on écrira I C. Les enfants avaient ainsi à apprendre des tables de « fractions ».

Le cousin de Coccalas, qui habite **Rome** depuis que son père y a été nommé à de hautes fonctions, doit par ailleurs apprendre[8] maintenant un tout autre système, celui-là basé en partie sur douze, le tout avec un vocabulaire complexe.

Calcus
Huit calcus est un scrupule
Vingt-quatre scrupules est une once
Douze onces est un as (monnaie) ou livre (poids).

On voit, avec ce second exemple, que les systèmes de mesure dont le facteur de conversion varie d'un niveau de passage à l'autre sont la règle. La belle régularité de notre système international constitue en fait une exception.

Nombre d'onces	Nom	Symbole	Sens du nom
12	*as*	I	
11	*deunx*	S∴·	Moins une once (*de uncia*)
10	*Dextans* ou *Decunx* ou *Semis et triens*	S....	Moins un sixième (d'***as***) (*de sextans*) Dix onces (*decem uniciae*) Une demie et un tiers d'as
9	*Dodrans*	S...	Moins un quart (d'*as*) (*de quadrans*)
8	*Bes*	S..	Deux parties d'*as* (*bis triens*)
7	*Septunx*	S.	Sept onces (*Septem unciae*)
6	*Semis*	S	Demi-*as* (***Semi-as***)
5	*Quincunx*	.....	Cinq onces (*quinque unciae*)
4	*Triens*	....	Le tiers (d'*as*)
3	*Quadrans*	...	Le quart (d'*as*)
2	*Sextans*	..	Le sixième (d'*as*)
1	*uncia*	.	once

Figure 3
Vocabulaire des douzièmes (onces)

À Rome, le vocabulaire de l'once sert souvent pour nommer les parties d'un tout. Mais, ce vocabulaire se révèle complexe. Pour parler des différents nombres d'onces, le Romains ne disent pas simplement, « une once, deux onces, trois onces, ..., dix onces, onze onces », mais ils utilisent un vocabulaire complexe comme le montre le tableau de la figure 3. Dans les calculs, on se limite aux scrupules et on néglige les calcus. Par ailleurs ce lourd vocabulaire transforme les calculs même simples en un difficile exercice de mémoire. Voici un exemple de la façon dont on récite les calculs sur les fractions : « Réponds, fils d'Albinus ; si d'un *quincunx* (cinq onces) tu enlèves une once, que reste-t-il ? Allons, qu'est-ce que tu attends pour répondre ? — Un *triens.* — Bien : tu sauras défendre tes sous ! Si (au contraire) on y ajoute une once — Qu'est-ce que ça fait ? — Un *semis* (une moitié). » Pas surprenant que certaines écoles romaines aient eu un spécialiste, le *calculator*, pour enseigner ces manipulations à quelques élèves qui se destinaient au commerce ou à devenir fonctionnaires. D'ailleurs, on peut ici remarquer que l'usage d'un vocabulaire étriqué pour les fractions a certainement limité la compréhension des pauvres élèves, et, sans doute, des maîtres.

Des mots pour rappeler une époque

Once
Au sens moderne, dans le système anglais, une unité de mesure de poids ou de volume. On voit donc que ce nom remonte aux Romains. C'était considéré comme une petite unité, d'où l'expression *ne pas avoir une once de bon sens.* Le mot latin dérive lui-même de *unus*, un.

Obole
Au sens moderne (fin XIX^e^ siècle), don d'une petite somme d'argent. L'obole étant à l'origine une petite unité de mesure de poids ou de monnaie, ce glissement de sens ne surprend pas. Il est intéressant de noter que le mot même d'obole vient du grec *obelos* qui veut dire broche, car à l'origine, c'était une petite barre de métal qui servait de monnaie.

Être scrupuleux
Au sens actuel, signifie, entre autres, (deuxième sens du Petit Robert) être minutieux, faire son travail avec exactitude. Or, au temps des Romains, dans les calculs, on n'allait habituellement pas plus loin que le scrupule. Le scrupule était donc la mesure la plus précise. Être scrupuleux semble donc dériver de cette idée d'aller au plus précis.

Il ne faut pas oublier que la plupart du temps les élèves d'alors récitent plutôt qu'ils n'écrivent. Certes, ils peuvent écrire sur des tablettes de cire. Mais, leur apprentissage des livres se fait par la répétition de textes plutôt que par la lecture. D'ailleurs, les livres ou les rouleaux, encombrants et fragiles, sont très chers. Seul le maître en possède. Il n'y a pas non plus de tableau comme nous les connaissons aujourd'hui. Le mobilier de la classe se limite à des bancs dans une pièce par ailleurs dénudée. Aussi, le maître écrit simplement sur une tablette de cire et fait lire quelques élèves. En Égypte romaine, la province de Coccalas, on écrit aussi, mais rarement, sur des papyrus dont l'une des surfaces a déjà été utilisée. Ces papyrus recyclés demeurent tout de même trop chers pour un usage régulier en classe.

L'élève grec ou romain qui termine son « primaire » sait nommer et écrire les nombres et certaines unités qui servent pour les subdivisions et le calcul des parties, ce qu'en général aujourd'hui nous faisons en utilisant ce que nous appelons les fractions. Mais clairement, cet apprentissage n'inclut pas le calcul sur ces nombres, autrement que par quelques comptines apprises par cœur.

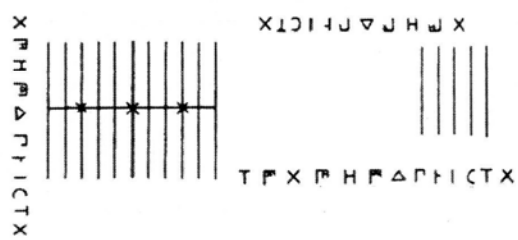

Figure 4
Table à calculer de Salamis

Si ce n'est pour la section à gauche, on ne sait pas précisément comment était utilisée cette table. On remarque que sur trois des quatre côtés de la table, on peut lire la suite des symboles des unités de monnaie, plus ou moins complète selon le côté. Les quatre symboles à la droite de la suite représentent de droite à gauche, les fractions d'obole : un huitième d'obole, un quart, une demi, une obole. Vient ensuite la drachme, cinq drachmes, dix drachmes, cinquante drachmes, etc.

La présence de ces suites de symboles suggère fortement que cette table à calculer était principalement utilisée pour le commerce ou dans l'administration des états.

Dans le quotidien, le citoyen grec n'a que peu à faire avec l'argent. D'une part, le commerce est considéré comme une activité dégradante pour lui. Socialement, les marchands grecs sont peu considérés. Pour calculer, il semble qu'ils utilisaient des tables à calculer sur lesquelles étaient tracés des lignes et les symboles des unités de mesure. Remarquez, figure 4, les symboles des unités de mesure que Coccalas a appris chez son maître Lampriscos. Le citoyen grec ordinaire savait que des calculs étaient impliqués dans la détermination des fêtes religieuses et, plus généralement, des calendriers, surtout que le calendrier changeait d'une ville à l'autre. Les nombres jouaient aussi un rôle dans l'administration de l'État, en relation avec les impôts, les recensements. Au plan individuel, la répartition des héritages nécessitait aussi des calculs numériques. Mais, dans tous ces cas, des spécialistes effectuaient les calculs. Il en était de même pour les arpenteurs qui mesuraient les terres et les domaines. Il est par ailleurs intéressant de noter que, contrairement à aujourd'hui, l'écoulement du temps dans une journée n'était pas mesuré numériquement au moyen d'heures ayant toutes la même longueur. Alors qu'aujourd'hui, le décompte des heures revient continuellement dans nos conversations, cela n'était pas le cas à l'époque.

Malgré le fait que l'arithmétique et la géométrie semblent avoir été plus ou moins présentes dans le quotidien des hommes de l'Antiquité gréco-latine, il n'en reste pas moins que les mathématiques telles que les perçoivent les mathématiciens d'aujourd'hui prennent leur racine dans quelques grandes écoles de pensée grecques. D'abord, dans l'école de Pythagore, qui, pour des raisons avant tout d'esthétisme intellectuel, a considéré que « Tout est nombre », nombre étant entendu au sens de nombre entier positif et rapport de ces nombres. Ainsi, l'arithmétique y a été développée dans l'esprit d'associer les régularités numériques aux régularités de la nature. Ensuite, dans l'école de Platon, l'Académie d'Athènes, au fronton de laquelle était écrit « N'entre pas ici qui ne connaît la géométrie ». Les mathématiques y étaient perçues comme formatrice de l'esprit et un préalable pour aller plus avant en philosophie. Enfin, au Muséum d'Alexandrie, l'école des Euclide et Archimède, par lequel, dans une perspective platonicienne, le savoir mathématique grec a été structuré et poli, avant d'être légué comme un héritage incomparable au monde et aux civilisations. Il est intéressant de remarquer que la partie des mathématiques grecques qui transcende le temps et les civilisations n'est pas celle des mathématiques du quotidien, mais bien celle des mathématiques de ces écoles dans lesquelles les savants cherchent à comprendre et à structurer les relations entre les nombres et entre les objets géométriques.

Abdellah de Cordoue

Abdellah a dix ans en l'an mil. Il habite **Cordoue**, la plus grande ville du monde avec ses quelque 450 000 habitants. Depuis quatre ans, il fréquente la *kuttab*. *Kuttab*[9] est le nom donné à ce premier cycle d'enseignement au cours duquel sa principale tâche a été d'apprendre par cœur le Coran. Pour Abdellah, cet examen mettra un terme à ce premier cycle d'étude. C'est sur la connaissance du livre sacré qu'il sera interrogé dans quelques mois. Pourtant, il a appris autre chose tout au long de ces années. D'abord l'écriture, en copiant des extraits de livres saints, habituellement autres que le Coran.[10] Mais aussi, la calligraphie et, pas assez au goût d'Abdellah, la poésie. Dans toutes ces études, la mémoire est considérée comme l'outil principal à développer.

Étant un élève doué, Abdellah, contrairement à la majorité de ses confrères, a de plus appris un peu d'arithmétique, d'abord à lire et à écrire les nombres. Habituellement, les nombres sont écrits en lettres, au long. Le comput digital, qu'il a appris, permet aussi de montrer les nombres. Ce dernier se révèle particulièrement pratique dans les discussions au marché. Il permet à un commerçant et à un client qui ne parlent pas la même langue de pouvoir s'entendre sur un prix.[11] Mais, pour les calculs comme tels, la tablette au sable fin s'avère essentielle. Il s'agit d'une tablette sur laquelle est déposé un peu de sable fin sur lequel on trace les chiffres. À l'aide de cette dernière, Abdellah a commencé à calculer et à exécuter des opérations simples utilisant les chiffres venus de l'Inde il y a alors un peu plus de 150 ans.[12] Mais, cet enseignement de l'arithmétique se voulait volontairement limité.[13] Plusieurs soutenaient que c'est au marché qu'on apprenait le plus rapidement les rudiments de l'arithmétique.[14] Il y avait des discussions animées sur le bien-fondé de réduire le temps consacré à l'apprentissage du Coran pour permettre d'apprendre l'arithmétique. Cependant, le Coran lui-même fait référence à l'arithmétique lorsqu'il énonce les règles à suivre pour la répartition des héritages.[15] Aussi, ne faut-il pas que les jeunes qui continueront dans une *madrasa*[16] aient les bases nécessaires pour comprendre les subtilités arithmétiques qu'entraîne l'application de ces règles coraniques ? Mais, diront d'autres, ne faudrait-il pas plutôt assurer à celui qui n'ira pas dans une *madrasa* une connaissance la plus complète possible du Coran pour qu'il devienne véritablement un bon musulman ? Surtout que, justement, la grande majorité des jeunes qui terminent leurs études dans une *kuttab* continueront plutôt comme apprentis, souvent chez l'un des membres de leur famille.[17]

Des mots pour rappeler une époque

Héritage

Un musulman décède en laissant sa femme et ses deux filles, ainsi que son père et sa mère. Selon les prescriptions du Coran, les biens du défunt devraient être répartis ainsi :

Épouse	le huitième
Mère	le sixième
Père	le sixième
Les filles	les deux tiers.

Mais, la somme de ces fractions ($^{27}/_{24}$) dépasse l'unité. Que faire ? Le compromis proposé est de diviser l'ensemble de l'héritage en 27 parts et de les répartir ainsi :

Épouse	3 parts
Mère	4 parts
Père	4 parts
Les filles	16 parts.

L'épouse devrait avoir le huitième de l'héritage laissé par son époux. Pourtant, dans le compromis proposé, elle n'a que 3 des 27 parts, ce qui est inférieur au huitième. Les autres héritiers semblent aussi avoir une portion de l'héritage plus petite que ce que le Coran prévoit. Pouvez-vous trouver une raison justifiant le compromis proposé ?

Dans le quotidien, le citoyen de Cordoue devait savoir comment ne pas se faire rouler au bazar. Contrairement aux Grecs, les Arabes, et plus généralement les habitants du monde arabe, ne dépréciaient pas les marchands, bien au contraire. La grande animation des bazars des villes du Maghreb et du Moyen-Orient actuels permet de nous faire une idée de ce que devait être, il y a mille ans, ces bazars où se retrouvaient les produits les plus divers venant des contrées les plus lointaines.

Des mots pour rappeler une époque

Azimut (comme dans *tous azimuts)*
et zénith

Ces deux mots viennent directement de cette astronomie associée aux problèmes de la détermination de la direction de La Mecque. Ils sont reliés au même mot arabe *samt* (chemin) qui, translittéré en latin, a été écrit *zemt*, puis, mal lu, a donné zénith. Le pluriel de *samt* est *sumut*, d'où est dérivé azimut.

Les règles décrétées dans le Coran sur la répartition des héritages complexifient les calculs à faire pour répartir un héritage de façon à tenir compte à la fois des volontés du testateur tout en respectant les règles coraniques. Les difficultés soulevées amènent certains juges à se spécialiser dans ces questions. D'autres règles coraniques viennent aussi solliciter l'attention des mathématiciens. Ainsi, l'obligation de prier, cinq fois par jour, en direction de La Mecque et, en conséquence, celle d'orienter les mosquées pour que cela soit possible, ont entraîné le développement d'une astronomie pratique basée, entre autres, sur l'utilisation d'instruments simples de mesure de la position des étoiles. L'interdiction de boire des boissons alcoolisées a soulevé aussi des problèmes. Ainsi, devant le danger qu'un jus de fruit puisse commencer à fermenter, il a fallu développer des règles pratiques, d'abord simples (faire bouillir le jus jusqu'à ce qu'il soit réduit au tiers de son volume original), dont l'application dans les faits (dilution du jus avec de l'eau) oblige à des calculs de proportions. La question de la détermination des fêtes, et de la justesse du calendrier lunaire musulman, touchait aussi chaque musulman en ce sens que chacun savait qu'elle découlait de longs calculs.[18]

Le travail de réflexion et de recherche en mathématiques s'est quant à lui déroulé dans divers centres. Il y eut d'abord la *Dar al-Hikmah*, la Maison de la Sagesse, fondée à Bagdad dans la seconde moitié du huitième siècle de notre ère. Cette institution, soutenue financièrement par les califes, permettait à des savants de poursuivre leurs travaux sans contraintes financières. Al-Khwarizmi (780(?)-850) en fut membre. Il y eut aussi quelques *Dar al-Ihm*, maisons des sciences. À la différence de la Maison de la Sagesse, celles-là se voulaient d'abord des institutions d'enseignement supérieur aux préoccupations moins directement influencées par la religion. En faisaient partie aussi bien des professeurs que des étudiants. Toutefois, la *madrasa* est l'institution la plus répandue où une certaine activité mathématique se manifestait parfois. En général, une *madrasa* se compose d'une mosquée entourée d'édifices pour les chambres des professeurs et des étudiants ainsi que des salles pour l'enseignement. Après le début du second millénaire, de Bagdad à Cordoue, chaque grande ville en a une ou plusieurs. On a conservé des traces d'activités mathématiques importantes dans les *madrasa* aussi bien au Maghreb que dans la partie orientale du monde arabe.[19]

L'apport arabe aux mathématiques est particulièrement important en algèbre. De nouvelles notations, sous forme de tableaux mais aussi de symboles, seront par la suite reprises en Europe. Notons que ces innovations proviennent souvent de tentatives de résoudre des problèmes issus de complexification de situations réelles, mais sans incidences pratiques, par exemple d'un cas théorique de succession tout à fait improbable, sinon impossible. L'on constate que les mathématiques se développent ici suivant un mode selon lequel, une fois les besoins purement utilitaires satisfaits, les mathématiciens s'adonnent à un genre de surenchère des cas improbables qui les mènent vers des mathématiques vraiment nouvelles qui transcenderont les civilisations. Les échanges entre le monde arabe et l'Europe se feront principalement par la péninsule ibérique où, à partir du XIII^e^ siècle, des traductions latines de textes arabes de philosophie, de médecine, de sciences, et de mathématiques révéleront aux Chrétiens la très grande et riche originalité des travaux des savants arabes qui, eux-mêmes, avaient puisé à l'aulne de la civilisation grecque.

Pierre de Québec

La période qui débute au milieu du XV^e^ siècle avec la Renaissance et qui se continue jusqu'à maintenant a vu des bouleversements importants de l'enseignement dans son ensemble et de l'enseignement primaire en particulier. Au XV^e^ siècle, dans ce qu'on appelait les « petites écoles », l'enseignement se résumait souvent à des leçons religieuses données oralement. Le peu d'apprentissage de lecture qui s'y faisait parfois était en latin, une langue seconde pour tous les enfants. Mais, peu à peu, la société évolue. Les livres se répandent peu à peu. Le besoin de savoir lire et écrire se fait davantage sentir. Le développement d'une bourgeoisie marchande participe à cette évolution. Les états se centralisent aussi peu à peu. Ils ont besoin de plus en plus de « fonctionnaires » qui les soutiennent dans leurs activités administratives. Des considérations religieuses viennent aussi changer la donne. En effet, au XVI^e^ siècle, l'essor du protestantisme force l'Église catholique à prendre conscience que l'un des meilleurs moyens de résister à ces mouvements est de donner une solide formation religieuse à l'ensemble de la population. Or, pour y arriver, il faut que celle-ci sache lire et écrire. Le XVII^e^ siècle verra se répandre les « petites écoles » où l'enseignement religieux tirera profit des disciplines profanes que sont la lecture et l'écriture. On y enseignera aussi un peu de calcul élémentaire, non pas qu'il soit utile au bien-être de l'âme mais plutôt parce qu'ainsi on attire à l'école plus d'enfants qui viendront y chercher aussi quelques connaissances utiles qui vont au-delà de la lecture et l'écriture. Au XVIII^e^ siècle, le nombre de ces écoles augmente partout en Europe. En Nouvelle-France, la création de telles écoles s'est faite plus lentement. Tout de même, il y en aurait eu plus d'une cinquantaine au milieu du siècle.

Québec, début 1749. La ville respire un peu mieux. Depuis peu, le gouverneur et les habitants de la ville ont appris que la forteresse de Louisbourg, conquise par les Anglais en juin 1745, serait restituée à la France.[20] Les réjouissances n'empêchent toutefois pas le jeune Pierre de devoir aller à l'école.[21] Il a dix ans. Plusieurs de ses amis n'y vont plus. Ils doivent aider à subvenir aux besoins de la famille. Le père de Pierre, par contre, juge que l'avenir de son fils passe par l'instruction. Il a d'ailleurs l'intention de l'envoyer l'an prochain au Collège de Québec, alors le seul collège classique existant en Nouvelle-France.

Depuis qu'il va à l'école, tout en apprenant à être un bon chrétien, Pierre a appris à lire. Puis, lorsqu'il a montré pouvoir lire avec suffisamment d'aisance, on lui a montré à écrire. Lorsqu'il a su écrire plus de trois lignes sans difficulté, son maître a décidé, suivant en cela l'usage, de commencer à lui enseigner à lire et écrire les nombres et la valeur des différentes pièces de monnaies, les deniers, les sols, les livres. Ainsi, lorsque le maître écrivait sur sa planche noircie (nous dirions une ardoise) *vj l. vij s. viij d.*[22], Pierre disait *six livres, sept sols, huit deniers*. Lorsqu'il fut familier avec la numération latine et avec le fait que douze deniers valent une sol et que vingt sols valent une livre, il a commencé à apprendre le « jet à la main », c'est-à-dire utiliser une « planche à jet », un genre de table à calculer portative (voir la figure 5). Dans un premier temps, le maître écrivait un montant d'argent sur la tablette et Pierre devait la lui lire. Puis, lorsque le maître s'occupait d'autres élèves, Pierre écrivait lui-même un certain montant d'argent sur sa planche à jet. Il le lisait ensuite à un autre élève qui pouvait ainsi vérifier qu'il n'avait pas fait d'erreur. Par la suite, il jetait[23] sur la planche un premier montant d'argent qu'il avait lui-même choisi puis y ajoutait un second montant de son choix. Il devait alors écrire sur un bout de papier les montants ajoutés et la somme obtenue. En refaisant quelquefois cette opération avec les mêmes montants à additionner, il pouvait vérifier, si les sommes obtenues étaient les mêmes, qu'il ne s'était pas trompé. Deux demi-journées par semaine étaient consacrées à ce genre d'exercices. L'étape suivante était l'apprentissage du « jet à la plume », c'est-à-dire le calcul à l'aide de chiffres directement sur du papier. Pierre attendait cela depuis longtemps. Il pourra enfin comprendre les calculs que fait son père pour la comptabilité du comptoir de fourrure dont il a la responsabilité pour la Compagnie des Indes. Peut-être pourra-t-il même bientôt l'aider ? Mais pour y arriver, il doit d'abord apprendre à lire et écrire les chiffres, 1, 2, ...9, puis 10, 20,... ,100, 200,... , 1000, 2000, ... Le maître combinera alors tout cela pour former des nombres plus compliqués, comme, par exemple, 2456925306. Ensuite, ajout de petites sommes, et, par après, des sommes de « diverses espèces ». Il apprendra peut-être aussi à soustraire. Pierre sent que son maître n'est pas très habile avec cette opération. Il est inquiet car, au Collège, les Jésuites n'enseignent que très peu d'arithmétique. Il aurait aimé devenir apprenti chez un marchand.

Opérations arithmétiques

Addition

Nombres simples

234 l.
567
891
<u>345</u>
2037 l..

Nombre de diverses espèces

5 l. 4 s. 7 d.	l. : Livres
7 l. 8 s. 9 d.	s. : Sols
8 l. 9 s. 7 d.	d. : Deniers
<u>4 l. 5 s. 7 d.</u>	

Pouvez-vous faire la somme des nombres de divers espèces, sachant que 12 d. valent 1 s. et 20 s. valent une livre ?

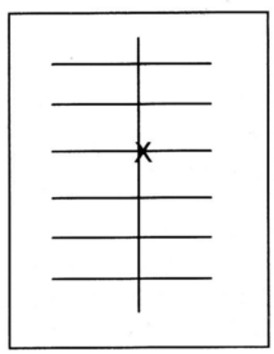

Figure 5
Planche à jet
Le X indique la position des milliers

Contrairement à Coccolas et Abdellah, Pierre n'a pas appris le comput digital. Même si l'usage populaire de cette forme de représentation des nombres perdura au moins jusque dans la seconde moitié du XVIII^e siècle, en général on avait alors cessé de l'enseigner depuis déjà un bon moment. Par ailleurs, comme eux, il apprend à écrire sur une table(ette) à calculer. Cet enseignement tire toutefois à sa fin. À preuve, en 1783, le supérieur des Sulpiciens de Montréal, Étienne Mongolfier[24], a dû rappeler à l'ordre les sœurs de la Congrégation Notre-Dame pour les enjoindre de ne plus enseigner le jet à la main. À partir de cette période, l'arithmétique se confond au calcul sur papier, à l'aide d'un crayon ou d'une plume. Au XIX^e siècle, deux autres changements important viendront changer l'atmosphère des petites classes en mathématiques. D'une part, l'on passera graduellement d'un enseignement individuel à un enseignement collectif. Le maître de Pierre, comme celui de Coccalas, se déplaçait d'un enfant à l'autre pour lui poser des questions et faire petit à petit un enseignement. On peut imaginer ce que faisaient alors les autres élèves… À partir du deuxième tiers du XIX^e siècle, l'on tente de donner simultanément un enseignement à toute une classe, d'où l'expression enseignement simultané alors employée. D'autre part, on commence à enseigner les fractions et les opérations élémentaires sur celles-ci.

L'Univers très grand
(La parallaxe)

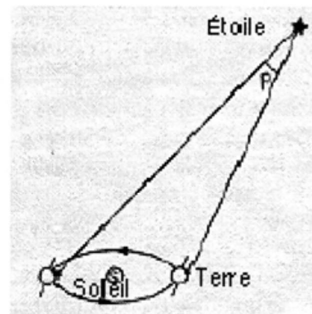

Figure 6

Copernic l'avait remarqué. L'une des conséquences du fait que le Soleil soit au centre du système solaire est que l'univers doit être très grand. En effet, si une étoile est relativement proche de la Terre, lorsqu'on mesure l'angle que fait le plan de l'orbite terrestre avec une ligne reliant la terre à cette étoile, cet angle sera différent selon qu'on le mesure à l'équinoxe du printemps ou à l'équinoxe de l'automne (voir la figure ci-dessus.) Ce phénomène se nomme la parallaxe. Par ailleurs, plus une étoile est loin, plus ces deux angles sont presque égaux. Or on sait depuis longtemps que ces angles sont égaux, ou à tous le moins suffisamment semblables pour que nous ne puissions mesurer une différence. Il en découle donc, si on accepte le système de Copernic, que toutes les étoiles sont très éloignées de la Terre. L'univers est donc, dans ces conditions, très grand.

L'évolution du contenu mathématique enseigné à la petite école correspond à une évolution de la place des mathématiques dans la vie quotidienne en Europe après la Renaissance (après le XVI^e siècle). Comme toujours, en plus du marché, les calculs des fêtes religieuses et les questions d'arpentage marquent la présence des mathématiques au jour le jour. Mais, il y a plus. D'abord au niveau du commerce. Depuis le XIII^e siècle, le commerce a pris une envergure nouvelle. Des entreprises commerciales font maintenant affaire dans plusieurs pays d'Europe et du bassin méditerranéen. Dès lors se développent de nouvelles façons de faire (lettres de change, change de monnaies, etc.). Tout cela oblige à une comptabilité de plus en plus perfectionnée, d'où le développement de la comptabilité à double entrée[25]. Les marchands seront les premiers en Europe à voir les avantages de la numération indo-arabe et du « jet à la plume » par rapport à la numération latine[26] et au « jet à la main ». Mais, alors qu'eux les utilisent depuis le XV^e siècle, on voit qu'au XVIII^e siècle, il reste encore dans l'enseignement primaire des résidus des anciennes façons de faire.

L'évolution du monde marchand n'est cependant pas seule à entraîner l'insertion de plus de mathématiques dans la vie quotidienne des Européens. Aux XVI^e et XVII^e siècles, c'est par les mathématiques qu'on en arrive à croire que l'univers devrait être très grand. Jusqu'alors, on le croyait relativement limité, centré sur la Terre (voir la figure 6). Les mathématiques sont ainsi perçues comme importantes puisque, par elles, la vision du monde a été complètement bouleversée. Dans cette même foulée, l'étude du mouvement (trajet des boulets de canons, orbite des planètes), et plus généralement du changement, provoque le développement de nouveaux outils mathématiques, comme par exemple la géométrie analytique. De nombreuses théories scientifiques se mathématisent ou sont créées autour d'un noyau mathématique. De nombreux instruments de mesure sont alors développés. On mesure la température, la pression, la vitesse et beaucoup d'autres phénomènes jusque-là du domaine du qualitatif. Au point qu'au début du XIX^e siècle, en France, le travail des ingénieurs repose sur des applications des mathématiques. La Révolution industrielle (environ 1780-1880) change la face de l'Europe. Par la construction des canaux, des bateaux à vapeur, des locomotives, des grandes manufactures, des instruments de guerre, etc., tout un chacun voit les mathématiques à l'œuvre. À mesure que le XIX^e siècle avance, les états devenant plus centralisés, ils cherchent à mieux connaître les caractéristiques de leur population, et ce, non seulement pour des raisons administratives, mais aussi pour des raisons d'hygiène publique. Ainsi, les statistiques se développent en prenant une place toujours plus visible même au niveau du simple citoyen. Un nouveau domaine des mathématiques prend alors son essor.

Un mot pour rappeler une époque

Statistiques

Vient du latin *status*, état (comme dans condition, état civil). Mais plus précisément, ce mot vient de l'italien *statista*, homme d'État, qui, au XVII^e siècle, a donné, toujours en Italie, *statistica*, qui avait alors le sens de l'étude par de procédés numériques des faits sociaux. En 1798, un anglais emprunte le mot, en l'anglicisant : *statistics*, qui sera repris par la suite en France. Vers 1830, il prend le sens de « l'ensemble des techniques d'interprétation mathématique appliquées à des phénomènes », pas seulement des phénomènes sociaux. Vers 1860, il en vient à prendre aussi le sens de « l'ensemble des données numériques concernant une même catégorie de faits ».

Où se construit cette mathématique qui peu à peu s'impose même dans le quotidien ? Au début de la période européenne, à la Renaissance, on trouve une certaine activité mathématique dans quelques universités. Les premières universités ont été fondées vers 1200. Toutefois, c'est surtout dans les écoles de marchands d'Italie du XV^e siècle que se développe l'algèbre, un nouveau domaine des mathématiques. Les problèmes qui donnent lieu à ce développement sont des problèmes essentiellement artificiels, mais ils permettent aux différents maîtres d'abaque, ainsi nommait-on les professeurs de ces écoles, de faire valoir leurs capacités à se démarquer les uns des autres. Les grandes expéditions et les voyages autour du monde entraînèrent aussi le développement de nouvelles connaissances tant mathématiques qu'astronomiques. L'intrusion de la perspective en peinture suscita aussi des travaux de première importance. Au cours des XVII^e et XVIII^e siècles, ce furent surtout des « mathématiciens amateurs » qui firent progresser les mathématiques, sauf peut-être en Angleterre où l'université de Cambridge se glorifia, à juste titre, d'avoir quelques professeurs de grandes valeurs. Newton fut l'un d'eux. À cette même époque, des académies furent fondées entre autres à Paris, Berlin et Saint-Pétersbourg, pour la plus grande gloire des souverains qui en assurèrent le financement. Leurs membres recevaient une pension qui leur permettait de vivre sans contraintes financières. Ce n'est qu'à la toute fin du XVIII^e siècle et au XIX^e siècle que, d'abord en France, puis dans toute l'Europe et aux Etats-Unis, furent créées des institutions de haut savoir dans lesquelles recherche et enseignement furent étroitement liés. Notre modèle actuel d'université s'inspire des universités allemandes de cette époque.■

Notes

[1] C'est ce qu'on pourrait assimiler à notre école primaire. Par la suite, Coccalas ira au Gymnase puis, lorsqu'il aura environ 17 ans, à l'éphébie.

[2] *Littérateur* est le nom donné au maître qui enseigne à ce niveau.

[3] Harrent, A. (1898). *Les écoles d'Antioche, essai sur le savoir et l'enseignement en Orient au IV^e siècle.* Paris, p. 73.

[4] On enseignera à ce niveau scolaire les tables d'additions seulement vers la fin de l'Antiquité, donc après 300 de notre ère.

[5] Marrou, H.-I. (1981). *Histoire de l'éducation dans l'Antiquité.* Paris, Seuil, coll. Points, H 56, tome 1, page 398, note 10.

[6] C vient de ce que c'est la moitié du O, symbole qui, en Boétie, signifiait aussi *obole*. Menninger (1977). *Number Words and Number Symbols, A Cultural History of Numbers*. Cambridge (MA), MIT Press, p. 299.

[7] En fait ces symboles proviennent de la Table à calculer de Salamis. Menninger, *Opus cit.*, p. 300.

[8] Les informations sur l'école à Rome proviennent de Menninger, *Opus cit.*, p. 158-162 et Marrou, *Histoire de l'éducation dans l'Antiquité,* tome 2, Le monde romain, coll. Points H 57, p. 70.

[9] Un premier enseignement se donnait aussi parfois dans les mosquées mais aussi, moins souvent, à la maison de l'*ulama* (le maître) ou encore dans une boutique de marchand de papier. Nashshabah, H. (1989). Muslim Educational Institutions, A general Survey followed by a Monographic study of al-Madrasah al-Mustansiriyah in Baghdad. Beirout, Librairie du Liban, p. 18.

[10] On ne voulait pas que le texte du Coran soit « maltraité » au cours de ces exercices d'écriture. Si un extrait du Coran était copié, une surveillance particulière devait assurer le respect dû au livre du Prophète

Mahomet. Szyliowicz, Joseph S. (1973). *Education and modernization in the Middle East*. Ithaca (NY), Cornell University Press, p. 34.

[11] Le comput digital des Arabes vient de celui utilisé auparavant chez les Romains et les Grecs. Ainsi, dans les contrées faisant partie auparavant de l'Empire romain, on peut commercer même sans connaître plusieurs langues.

[12] Berggren, J. L. (1986). *Episodes in the mathematics of Medieval Islam*. New York (NY), Springer, p. 32. L'usage des tablettes de sable fin influença profondément la nature des algorithmes des opérations élémentaires développés par les Arabes.

[13] De fait, je n'ai pu trouver d'informations précises sur ce qui s'enseignait vraiment en arithmétique dans une *kuttab*.

[14] Kotb, Yusef Salah El-Din (1951). *Science and Science Education in Egyptian* Society. New York (NY), Bureau of Publication, Teachers College, Columbia University, p. 76.

[15] Voir plusieurs versets du Coran, Sourate IV, *Les femmes*. Une traduction française en ligne : http://callisto.si.usherb.ca/~amus/coran/index.html.

[16] Une *madrasa*, ou *medersa*, est un genre de collège correspondant au deuxième et dernier niveau d'enseignement. Plusieurs *madrasa* (ce mot est invariable selon le *Larousse ;* En arabe, il possède une forme *plurielle)* donnaient un enseignement que nous pourrions considérer comme allant jusqu'à un niveau universitaire.

[17] Dans certaines régions du monde arabe, dont l'Andalousie, au XII^e^ et XIII^e^ siècles, l'arithmétique a été retirée de l'enseignement donné dans les *katabib* (pluriel de *kuttab*).

[18] Rebstock, Ulrich (1998). If Numbers are Right : on the Use of Reckoning in the Islamic Middle Age, *Actes du 3^e^ Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes, Tipaza (Alger, Algérie)*. Alger, Association Algérienne d'Histoire des mathématiques, p. 239-249.

[19] Djebbar, Ahmed (1990). Les activités mathématiques dans les villes du Maghreb Central (XI^e^-XIX^e^ s.), in *Histoire des Mathématiques Arabes*, Actes du 3^e^ Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes. Tipaza (Alger, Algérie), 1-2 Décembre 1990. Alger, Association Algérienne d'Histoire des Mathématiques, p. 73-115. De nombreux autres articles de A. Djebbar abordent cette question dans d'autres parties du Magreb. Les biographies de grands philosophes et scientifiques arabes, tels Avicenne (Ibn Sina, 980-1037) et Alhazen (Ibn al-Haytan, 965-1040) montrent l'importance et la diversité des formations dispensées dans ces *madrasa*. Les mathématiques en faisaient toujours partie. Williams, James (1939). *Education in Egypt before British control*. Birmingham, [s.n.], p. 48.

[20] Par le traité d'Aix-la-Chapelle signé le 18 octobre 1748.

[21] Nous recréons ici une situation en considérant que l'enseignement en Nouvelle-France imitait ce qui se faisaient dans la mère patrie. Cette reconstruction est basée sur la thèse de Paul Lavoie, *Contribution à une histoire des mathématiques scolaires au Québec : L'arithmétique dans les écoles primaires (1800-1920)*, Québec, Université Laval, 1994, les chapitres 4 et 5.

[22] À l'époque, on écrivait « j » le dernier « i » d'un nombre pour bien marquer que ce nombre se termine et éviter ainsi les fraudes.

[23] C'est là l'expression alors employée pour signifier qu'on plaçait des jetons sur la planche à jet dans le but d'y écrire un nombre.

[24] L'oncle des frères Mongolfier qui firent les expériences célèbres sur les ballons qui, par la suite, ont porté leur nom.

[25] Comptabilité dans laquelle on indique en regard les profits et les pertes.

[26] La numération latine, employée au Moyen Âge jusqu'à maintenant, correspond à la numération employée à l'époque romaine, mais substantiellement simplifiée par le choix d'un seul symbole pour représenter les nombres clés comme cent, cinq cents, mille, cinq mille, etc., qui, à l'origine, pouvaient être représentés par plusieurs symboles différents.

Louis Charbonneau
Département de mathématiques
Université du Québec à Montréal
C. P. 8888, Succ. Centre-ville
Montréal (Qc)
H3C 3P8
charbonneau.louis@uqam.ca