Séance de travaux pratiques I

Le samedi 20 janvier 2024

1. Établir les identités trigonométriques suivantes :
   (a) $\sec\theta - \tan\theta\sin\theta = \cos\theta$;
   (b) $\tan x + \dfrac{\cos x}{1+\sin x} = \sec x$.

2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction telle que $\lim_{h\to 0}\left(f(a+h) - f(a-h)\right) = 0$. Est-ce que f est forcément continue en $x = a$?

3. Calculer $\dfrac{dy}{dx}$ si
   (a) $y = x\sin x$;
   (b) $y = e^x \cos x$;
   (c) $y = \tan\left(\ln(x^2+5)\right)$;
   (d) $y = \dfrac{4x^3+6x}{e^x+e^{-x}}$;
   (e) $x^2y - 2xy^2 = 3x + 4y$;
   (f) $\ln(x^2+y^2) = ye^x$;
   (g) $y = (\cos x)^{\sin x}$;
   (h) $y = x^{1+x^2}$;
   (i) $x^y = y^x$;
   (j) $y = \sqrt[3]{\frac{1-x^4}{5x^2+5}}$;

4. Une fermière possède $600m$ de clôtures pour circonscrire une région rectangulaire le long d'une rivière. Si aucune clôture n'est requise le long du bord de la rivière, déterminer les dimensions de cette région afin que son aire soit maximale.

5. Montrer qu'il existe $x \in]0, \dfrac{\pi}{2}[$ tel que $x = \cos x$.

6. En utilisant le théorème des valeurs intermédiaires, montrer qu'il existe $c \in]2,5[$ tel que $\dfrac{c+4}{c-1} = 4$.