Séance de travaux pratiques XI

Le samedi 13 avril 2024

1. Montrer que les séries suivantes divergent en calculant la limite de leur terme général :
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+3}{n}$;
   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{107+n}$;
   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(n-\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$.

2. Déterminer si les séries suivantes convergent ou divergent en utilisant le critère de l'intégrale.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(5n+1)^{\frac{3}{2}}}$;
   (b) $\displaystyle\sum_{n=4} \frac{7}{n-3}$;
   (c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln(n)}$;

3. Déterminer à l'aide du critère de comparaison si les séries suivantes convergent ou divergent :
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+5}$;
   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+4}{5k^2-1}$;
   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n+2n}$;

4. Déterminer à l'aide du critère de la racine si les séries suivantes convergent ou divergent. Lorsque le critère de la racine ne permet pas de tirer une conclusion, utiliser un autre critètre.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$;

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$;

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^3}$;

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+5}{3n^2}\right)^n$.

5. Déterminer à l'aide du critère du rapport si les séries suivantes convergent ou divergent. Lorsque le critère du rapport ne permet pas de tirer une conclusion, utiliser un autre critère.

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$;

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$;

   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2n+3}$;

   (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$;

   (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}$;

   (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.