

Séance de travaux pratiques XII

Le samedi 20 avril 2024

1. Soit f la fonction définie par $y = e^{-x}$ pour $x \geq 0$ et considérons la région délimitée par cette courbe et l'axe de x .

- (a) Calculer le volume engendré par la rotation de cette région autour de l'axe des x ;
- (b) Calculer le volume engendré par la rotation de cette région autour de l'axe des y .

2. Évaluer l'intégrale impropre $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + e^x}$.

3. Calculer les intégrales indéfinies suivantes :

- (a) $\int \frac{16x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$;
- (b) $\int \cos \sqrt{x} dx$.

4. L'évolution de la proportion m de carbone ^{14}C dans le corps d'un animal vivant est modélisée par l'équation différentielle

$$\frac{dm}{dt} = -km + \tau(M - m),$$

où k, τ et M sont des constantes positives, la constante M correspondant à la proportion de ^{14}C dans l'atmosphère et le terme $-km$ correspondant à la décroissance radioactive du ^{14}C .

- (a) Trouver la proportion $m(t)$ de ^{14}C au temps t si initialement $m(0) = m_0$.
- (b) Vers quelle valeur tend $m(t)$ lorsque $t \rightarrow \infty$? Si $\tau \gg k$, est-ce que cette valeur est bien approximée par la proportion M de ^{14}C dans l'atmosphère ?

5. Déterminer si les séries suivantes convergent et calculer leur somme le cas échéant.

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} (n^3 - (n+1)^3)$;
- (b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3(-1)^k}{5^k}$.