Séance de travaux pratiques V

Le samedi 17 février 2024

1. Soit l'ellipse d'équation $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Déterminer le volume du solide obtenu en faisant tourner :
   (a) la région $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y\geq 0,\quad \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}\leq 1\}$ autour de l'axe des x ;
   (b) la partie $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\geq 0,\quad \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}\leq 1\}$ autour de l'axe des y.

2. Faire une esquisse de la région Ω circonscrite par les courbes $y=x^2$ et $y=x^{\frac{1}{3}}$ dans le plan xy et calculer le volume du solide de révolution obtenu en faisant pivoter cette région autour de l'axe des y de deux façons :
   (a) par la méthode des coquilles cylindriques ;
   (b) par la méthode des sections parallèles.

3. On considère la région
$$\mathcal{R}=\{(x,y)\mathbb{R}^2 \mid 0\leq x\leq 2,\ 0\leq y\leq x^3\}.$$
   (a) Représenter graphiquement cette région.
   (b) Représenter graphiquement le solide de révolution $\mathcal{C}\subset\mathbb{R}^3$ obtenu en faisant pivoter la région $\mathcal{R}$ autour de la droite $x-2=z=0$.
   (c) Calculer le rayon r_c du disque $\mathcal{D}_c$ obtenu en coupant $\mathcal{C}$ avec le plan d'équation $y=c$.
   (d) Calculer le volume de $\mathcal{C}$ par la méthode des sections parallèles.
   (e) Calculer ce même volume en utilisant la méthode des coquilles cylindriques.

4. Déterminer la longueur de la courbe d'équation $9x^2=16y^3$ pour $x\in[0,4\sqrt{3}]$.

5. Déterminer la longueur de la courbe d'équation $x=\dfrac{y^4}{4}+\dfrac{1}{8y^2}$ pour $y\in[1,3]$.

6. On considère la surface de révolution obtenue en faisant pivoter autour de l'axe des x la courbe du plan xy d'équation $y=f(x)$, où $f(x):=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$.
   (a) Faire une esquisse de cette surface pour $-1\leq x\leq 1$. C'est un exemple de **caténoïde**.
   (b) Calculer l'aire de cette surface entre -1 et 1, l'aire étant donnée par l'intégrale
$$\int_{-1}^{1} 2\pi f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}dx.$$