Séance de travaux pratiques VII

Le jeudi 12 mars 2015

1. Soit $\sum a_n$ une série absolument convergente et $\{b_n\}$ une suite bornée. Montrer que la série $\sum a_n b_n$ converge absolument.
2. Classer les séries suivantes en séries convergentes et en séries divergentes :
   (a) $\sum \dfrac{1}{n \ln(n) \ln(\ln(n))}$,
   (b) $\sum \dfrac{\cos^2 n}{3^n}$,
   (c) $\sum \dfrac{n^n}{n!}$,
   (d) $\sum \dfrac{3^n+2}{7^n+5}$,
   (e) $\sum \dfrac{n!}{n^n}$,
   (f) $\sum \dfrac{a^n}{n!}$ avec $a \in \mathbb{R}$,
   (g) $\sum \dfrac{9}{3\sqrt{n}+2}$,
   (h) $\sum \dfrac{2^n+6n^3}{n!+4n^2}$,
   (i) $\sum \dfrac{n^3+4n^2}{2n^4+n^3}$.
3. Montrer que $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$ converge et calculer sa somme sachant que $e = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$.
4. Si $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, est-ce que $\sum \dfrac{a_n}{n}$ converge ?

Exercices supplémentaires dans [1] :
§7.3.1 : 5abcefkmno, 8acfl

Références

[1] J. Labelle et A. Mercier. *Introduction à l'analyse réelle.* Modulo, 1993.