Séance de travaux pratiques V
Le jeudi 10 octobre 2013

1. Pour chacune des suites de fonctions suivantes, trouver la limite et déterminer si la convergence est uniforme.
   (a) $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ avec $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+n^2x^2}$,
   (b) $f_n : [1,\infty) \to \mathbb{R}$ avec $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+n^2x^2}$,
   (c) $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ avec $f_n(x) = \dfrac{x}{x+n}$,
   (d) $f_n : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ avec $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+nx}$,
   (e) $f_n : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ avec $f_n(x) = \dfrac{\sin nx}{1+nx}$,
   (f) $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ avec $f_n(x) = (\cos \pi x)^{2n}$,
   (g) $f_n : [-2,2] \to \mathbb{R}$ avec $f_n(x) = \dfrac{x^{2n}}{1+x^{2n}}$,
2. Soient $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ et $\{g_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ des suites de fonctions bornées sur $[a,b]$ convergeant uniformément vers $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ et $g : [a,b] \to \mathbb{R}$ respectivement. Peut-on conclure que la suite $\{f_ng_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément vers fg ?