

## Séance de travaux pratiques IV

Le lundi 8 février 2021

1. L'équation différentielle satisfaite par l'angle  $\theta$  d'ouverture d'une porte à laquelle on a attaché un mécanisme de piston afin qu'elle se referme automatiquement après ouverture est donnée par

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + a\frac{d\theta}{dt} + \omega^2\theta = 0,$$

- (a) Résoudre l'équation lorsque  $a^2 > 4\omega^2$  et donner une interprétation physique du résultat.
  - (b) Résoudre l'équation dans le cas critique où  $a^2 = 4\omega^2$  et donner à nouveau une interprétation physique du résultat.
  - (c) Si initialement  $\theta(0) = \theta_0 > 0$  et  $\theta'(0) = 0$ , montrer dans le cas  $a^2 = 4\omega^2$  que la porte se referme en douceur, c'est-à-dire sans que  $\theta(t)$  prenne des valeurs négatives.
2. Trouver la solution générale de l'équation  $9y'' - 12y' + 4y = 0$ .
  3. Considérons l'équation  $ty'' - y' + 4t^3y = 0$  pour  $t > 0$ .
    - (a) Montrer que  $y_1(t) := \sin(t^2)$  est une solution de cette équation.
    - (b) Trouver la solution générale de cette équation en appliquant la méthode de d'Alembert.
  4. Trouver la solution générales des équations différentielles suivantes en utilisant la méthodes des coefficients indéterminés :
    - (a)  $y'' + y' - 2y = 2t$ ;
    - (b)  $y'' + 4y = 3\sin(2t)$ ;
    - (c)  $y'' - y' - 2y = \cosh(2t)$ .
  5. Résoudre les équations suivantes en utilisant la méthode de variation des paramètres :
    - (a)  $y'' + 4y = g(t)$ , où  $g(t)$  est une fonction continue arbitraire;
    - (b)  $y'' + 9y = 9\sec^2(3t)$  pour  $t \in (0, \frac{\pi}{6})$ .