

Séance de travaux pratiques IV

Le lundi 8 février 2021

1. L'équation différentielle satisfaite par l'angle θ d'ouverture d'une porte à laquelle on a attaché un mécanisme de piston afin qu'elle se referme automatiquement après ouverture est donnée par

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + a\frac{d\theta}{dt} + \omega^2\theta = 0,$$

- (a) Résoudre l'équation lorsque $a^2 > 4\omega^2$ et donner une interprétation physique du résultat.
 - (b) Résoudre l'équation dans le cas critique où $a^2 = 4\omega^2$ et donner à nouveau une interprétation physique du résultat.
 - (c) Si initialement $\theta(0) = \theta_0 > 0$ et $\theta'(0) = 0$, montrer dans le cas $a^2 = 4\omega^2$ que la porte se referme en douceur, c'est-à-dire sans que $\theta(t)$ prenne des valeurs négatives.
2. Trouver la solution générale de l'équation $9y'' - 12y' + 4y = 0$.
 3. Considérons l'équation $ty'' - y' + 4t^3y = 0$ pour $t > 0$.
 - (a) Montrer que $y_1(t) := \sin(t^2)$ est une solution de cette équation.
 - (b) Trouver la solution générale de cette équation en appliquant la méthode de d'Alembert.
 4. Trouver la solution générales des équations différentielles suivantes en utilisant la méthodes des coefficients indéterminés :
 - (a) $y'' + y' - 2y = 2t$;
 - (b) $y'' + 4y = 3\sin(2t)$;
 - (c) $y'' - y' - 2y = \cosh(2t)$.
 5. Résoudre les équations suivantes en utilisant la méthode de variation des paramètres :
 - (a) $y'' + 4y = g(t)$, où $g(t)$ est une fonction continue arbitraire;
 - (b) $y'' + 9y = 9\sec^2(3t)$ pour $t \in (0, \frac{\pi}{6})$.