Séance de travaux pratiques V

Le jeudi 20 février 2020

1. Évaluer le flux du champ vectoriel $\vec{F} = x^3\mathbf{i} + 3yz^2\mathbf{j} + (3y^2z + x^2)\mathbf{k}$ à travers la sphère de rayon a centrée à l'origine avec champ normal pointant vers l'extérieur en utilisant le théorème de la divergence.
2. Évaluer le flux du champ vectoriel $\vec{F} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ à travers l'ellipsoïde d'équation $x^2+y^2+4(z-1)^2 = 4$ avec champ normal pointant vers l'extérieur en utilisant le théorème de la divergence.
3. Pour la fonction $\varphi(x, y, z) = xy + z^2$, trouver le flux de $\nabla\varphi$ à travers le triangle ayant pour sommets $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ and $(0, 0, c)$ avec champ normal pointant vers le haut.
4. Évaluer $\displaystyle\oint_{\mathcal{C}} x^2y\,dx - xy^2\,dy$ en utilisant le théorème de Green, où $\mathcal{C}$ est le bord du demi-disque d'équation $0 \leq y \leq \sqrt{9 - x^2}$ parcouru dans le sens anti-horaire.
5. Évaluer $\displaystyle\oint_{\mathcal{C}} (x^2 - xy)dx + (xy - y^2)dy$ le long du triangle $\mathcal{C}$ parcouru dans le sens horaire et ayant pour sommets $(0, 0)$, $(1, 1)$ et $(2, 0)$.
6. Pour $a > 0$ et $b > 0$, utiliser une intégrale curviligne pour calculer l'aire du domaine D circonscrit par la courbe de paramétrisation $\vec{r}(t) = a\cos^3 t\mathbf{i} + b\sin^3 t\mathbf{j}$ pour $t \in 0 \leq t \leq 2\pi$.