

Liste d'exercices VII

Semaine du 20 février 2023

1. Déterminer la nature et la stabilité du point singulier $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ du système linéaire $\frac{d\vec{x}}{dt} = \mathbb{A}\vec{x}$

si :

(a) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$;

(b) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$;

(c) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$;

(d) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -17 & -5 \end{pmatrix}$;

(e) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$;

(f) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$;

(g) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

2. On considère le système linéaire $\frac{d\vec{x}}{dt} = \mathbb{A}\vec{x}$ avec $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(a) Quels sont les points singuliers de ce système ?

(b) Tracer un portrait des trajectoires des solutions dans l'espace des phases.

(c) Pour chaque position d'équilibre, déterminer si elle est stable, asymptotiquement stable ou instable.