MAT993E : Examen final

Le jeudi 24 avril 2014 de 10h30 à 12h30 et de 13h30 à 15h30 au PK-5333

Instructions : L'examen final consiste en une présentation orale d'environ 45 minutes à 1h sur une sujet en lien avec le flot de Ricci. Voici quelques sujets possibles.

1. Dans une classe conforme donnée sur une surface avec volume égal à 1, montrez que le déterminant du Laplacien est maximisé par la métrique à courbure scalaire constante. Une bonne référence pour la définition du déterminant du Laplacien est [OPS88, §1]. Il suffit alors d'insérer l'équation du flot de Ricci dans la formule de variation du déterminant dans une classe conforme donnée (la formule de Polyakov) pour obtenir le résultat, voir par exemple [MW, §3] ou [KK05].
2. Existence et convergence du flot de Ricci pour des surfaces de volume infini avec un bout asymptotiquement hyperbolique [AAR13].
3. Critère de Tian-Zhang sur le temps maximal d'existence du flot de Ricci sur une variété kählérienne compacte [TZ06].
4. Critère de Šešum [Šeš05] sur le temps maximal d'existence du flot de Ricci : le flot cesse d'exister après un temps fini si et seulement si la norme du tenseur de Ricci explose.
5. Flot de la courbure moyenne [Hui84].
6. Le soliton en forme de cigare de Hamilton [CK04, Chapter 2, §2].
7. Borne du diamètre et de la courbure scalaire le long du flot de Ricci sur une variété kählérienne [ST08].
8. Inégalité d'Harnack, soit celle de Hamilton [Ham95], ou alors celle de Li-Yau [LY86].
9. Argument de contraction pour l'existence d'une solution au flot de Ricci-DeTurck pour un court laps de temps, voir par exemple [Bah11].

Références

[AAR13] Pierre Albin, Clara L. Aldana, and Frédéric Rochon. Ricci flow and the determinant of the Laplacian on non-compact surfaces. *Comm. Partial Differential Equations*, 38(4) :711–749, 2013.

[Bah11] E. Bahuaud. Ricci flow of conformally compact metrics. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire*, 28(6) :813–835, 2011.

[CK04] Bennett Chow and Dan Knopf. *The Ricci flow : an introduction*, volume 110 of *Mathematical Surveys and Monographs*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2004.

[Ham95] Richard S. Hamilton. Harnack estimate for the mean curvature flow. *J. Differential Geom.*, 41(1) :215–226, 1995.

[Hui84] Gerhard Huisken. Flow by mean curvature of convex surfaces into spheres. *J. Differential Geom.*, 20(1) :237–266, 1984.

[KK05] Alexey Kokotov and Dimitri Korotkin. Normalized Ricci flow on Riemann surfaces and determinant of Laplacian. *Lett. Math. Phys.*, 71(3) :241–242, 2005.

[LY86] Peter Li and Shing-Tung Yau. On the parabolic kernel of the Schrödinger operator. *Acta Math.*, 156(3-4) :153–201, 1986.

[MW] Werner Müller and Katrin Wendland. Extremal Kähler metrics and Ray-Singer analytic torsion. In *Geometric aspects of partial differential equations (Roskilde, 1998)*, volume 242 of *Contemp. Math.*, pages 135–160.

[OPS88] Brian Osgood, Ralph Phillips, and Peter Sarnak. Extremals of determinants of Laplacians. *J. Funct. Anal.*, 80(1) :148–211, 1988.

[Šeš05] Nataša Šešum. Curvature tensor under the Ricci flow. *Amer. J. Math.*, 127(6) :1315–1324, 2005.

[ST08] Natasa Sesum and Gang Tian. Bounding scalar curvature and diameter along the Kähler Ricci flow (after Perelman). *J. Inst. Math. Jussieu*, 7(3) :575–587, 2008.

[TZ06] Gang Tian and Zhou Zhang. On the Kähler-Ricci flow on projective manifolds of general type. *Chinese Ann. Math. Ser. B*, 27(2) :179–192, 2006.