# GeoGebra comme outil d'exploration, d'expérimentation et de représentation des démonstrations, pour construire une théorie avec les élèves (Première partie)

Loïc Geeraerts, chargé de cours, UQAM loic.geeraerts@gmail.com

Denis Tanguay, professeur, UQAM tanguay.denis@uqam.ca

Le présent article constitue en quelque sorte une synthèse de deux ateliers, chacun dirigé par l'un de nous deux à la 39° session du GRMS, qui s'est tenue à St-Georges de Beauce au mois de mai dernier. Nous en profitons pour remercier les organisateurs de cette session, tout à fait intéressante et agréable, à la hauteur du site enchanteur où elle a pris place. Nous remercions également les participants à ces ateliers et Valérie Lebel, encore tout récemment la directrice d'Envol, pour nous avoir incités à proposer cette synthèse à Envol. Nous remercions et souhaitons la bienvenue à Marie Bilodeau, la nouvelle directrice d'Envol, qui a accepté le projet dans l'enthousiasme! Avant de présenter, à la section 3, la séquence d'enseignement à la base des deux présentations, nous proposons aux sections 1 et 2 quelques réflexions (plus théoriques) qui ont préludé à son élaboration.

L'article sera publié en deux parties, la première abordant des utilisations de GeoGebra comme outil de construction, d'exploration et d'expérimentation avec les figures. La deuxième partie proposera une utilisation plus originale de GeoGebra, comme outil de représentation permettant de décortiquer une preuve en développant en parallèle les propositions qui s'y enchaînent et les codages correspondants sur la figure.

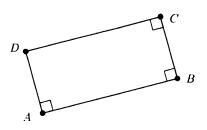
# 1. La preuve, sous son aspect d'organisation des propositions

Nous partons d'abord d'une prise de position : nous sommes convaincus que la géométrie du secondaire est un domaine privilégié pour apprendre à faire des preuves. Qui a déjà eu besoin de savoir, dans sa vie quotidienne, que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes?

L'apprentissage de la géométrie est important selon nous parce qu'il permet de travailler des raisonnements, inductifs et surtout déductifs, et à articuler en partie ces raisonnements sur la perception et l'intuition — cellesci s'exerçant principalement sur les figures —, tout en travaillant à distinguer progressivement ce qui doit relever des uns et des autres. Autrement dit, en géométrie, l'élève apprend à utiliser ses perceptions et son intuition pour guider ses raisonnements, plutôt que de leur faire obstacle.

Dans sa phase déductive, la preuve consiste à organiser des propositions, à faire ce que nous appelons la sériation des propositions. Supposons par exemple qu'on demande à des élèves de prouver qu'un quadrilatère ABCD qui a trois angles droits (disons aux sommets A, B et C) est forcément un rectangle. On suppose qu'ils ont travaillé les premiers résultats standard sur les angles, le parallélisme et la perpendicularité (voir par ex. Tanguay, 2012, §7, n°159 d'Envol), notamment les deux résultats suivants<sup>1</sup> :

- droites parallèles-1: si deux droites ont une perpendiculaire en commun, alors elles sont parallèles.
- droites perpendiculaires-1: si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.



2012

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Dans la 2<sup>e</sup> partie de l'article, à venir au prochain numéro, nous expliquerons comment les 'théorèmes-résultats' sont nommés.

On peut alors élaborer une preuve selon les grandes lignes suivantes : en vertu de droites parallèles-1, BC et AD sont parallèles puisqu'elles ont AB comme perpendiculaire commune. Or, CD est une perpendiculaire à BC puisque l'angle en C est droit. En vertu de droites perpendiculaires-1, on en déduit que CD est également perpendiculaire à AD et donc, que l'angle en D est droit. On conclut en invoquant la définition du rectangle à savoir, un quadrilatère qui a 4 angles droits.

Pour construire ou même comprendre une telle preuve, l'élève doit faire la sériation des propositions : la proposition  $BC \parallel AD$  doit venir **d'abord**, la proposition  $CD \perp AD$  ne peut être déduite qu'ensuite. L'ordre dans lequel on fait intervenir les deux résultats droites parallèles-1 et droites perpendiculaires-1 est crucial et ne peut être inversé sans invalider la preuve. Or, cette sériation est difficile à faire pour l'élève<sup>2</sup>, entre autres parce que la figure donne à voir toutes les propriétés en cause en même temps; également parce que les énoncés droites parallèles-1 et droites perpendiculaires-1 peuvent en fait être vus comme deux implications réciproques, que l'élève a par conséquent de la difficulté à bien distinguer. En effet, en présence de trois droites  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  avec  $d_2$  perpendiculaires à  $d_3$ , l'énoncé droites parallèles-1 revient à dire que  $d_{_{\! 3}}\perp d_{_{\! 1}} \Rightarrow d_{_{\! 1}} /\!/ \, d_{_{\! 2}}$ et l'énoncé droites perpendiculaires-lrevient à dire que  $d_1 /\!/ d_2 \Rightarrow d_3 \perp d_1$ .

## 2. Organiser des énoncés dans une théorie

Pour compliquer encore un peu plus les choses, les étapes et affirmations doivent être légitimées en donnant les bonnes « raisons » aux bons moments : on peut appliquer droites parallèles-1 parce que  $AB \perp AD$  et  $AB \perp BC$ sont des données du problème. On peut appliquer droites perpendiculaires-1 parce que  $BC \perp CD$  est une donnée du problème et parce que BC // AD a résulté d'une déduction valable. Les propositions déduites en invoquant droites parallèles-1 et droites perpendiculaires-1 ont pu l'être parce que la validité de ces deux résultats a été éprouvée, soit qu'ils aient eux-mêmes été démontrés, soit qu'on les ait admis comme des axiomes parce qu'ils sont intuitivement évidents. La conclusion a pu être atteinte parce que le quadrilatère ABCD répond à la définition choisie pour « rectangle » : retenir une autre définition pour rectangle<sup>3</sup> aurait commandé une autre preuve.

L'organisation de la preuve et sa validité dépend donc du statut de chacun des énoncés impliqués : lesquels sont des définitions? Lesquels sont des théorèmes? Lesquels sont admis sans preuve (axiomes ou postulats)? Lesquels ont été justifiés et comment l'ont-ils été avant d'être utilisés? Cela suggère que la macro-structure de la théorie reflète la micro-structure de chacune des démonstrations<sup>4</sup>. En effet, à la sériation des propositions au niveau local de chaque démonstration correspond une sériation-organisation globale des énoncés dans la théorie géométrique en construction : la définition vient d'abord, certains énoncés sont ensuite déduits (démontrés), dans un ordre qui est fondamental pour la cohérence interne de l'édifice (Tanguay et Geeraerts, 2012, p. 13).

Pour l'enseignement, nous en tirons l'idée directrice suivante : il nous apparaît essentiel qu'un travail sur la preuve ne se fasse pas sur quelques preuves isolées mais plutôt sur une série de résultats inter-reliés, construits à travers l'exploration méthodique d'un « thème » géométrique choisi. L'étude systématique du thème incite la classe à construire une théorie, à tisser ce que nous appelons un « réseau déductif », que nous opposons aux « îlots déductifs », plus circonscrits, proposés par le programme ministériel. Dans ce qui suit, nous allons présenter une séquence autour du thème « des angles droits dans des quadrilatères ». Un deuxième thème, celui des « quadrilatères inscriptibles », se greffera au premier. Nous verrons à travers cela comment on peut donner à GeoGebra plusieurs fonctions différentes, ouvrant ainsi des possibilités sur les types de travail demandés et sur les preuves auxquelles la classe aura accès.

## 3. Une séquence sur les quadrilatères qui ont des angles droits

La séquence peut être mise en œuvre au premier cycle du secondaire. Idéalement, les élèves travaillent par équipes de deux, une équipe par poste informatique. Comme mentionné, le fil conducteur de la séquence est le suivant : étudier les quadrilatères qui ont 4, 3, 2 angles droits. Nous la découpons en 11 phases, et c'est à chaque enseignant de voir combien de temps il alloue à chaque phase. Nous pensons que la séquence demande au moins 5 périodes, probablement plus : si l'on prend au sérieux le travail sur la preuve, il faut laisser du temps aux élèves pour chercher ces preuves!

86 AN A

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Pour une analyse plus approfondie des difficultés des élèves avec la démonstration, le lecteur pourra consulter Tanguay (2007, 2006) ou Tanguay et Geeraerts (2012).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Par exemple « un rectangle est un parallélogramme ayant (au moins) un angle droit », comme on le voit dans certains ouvrages.

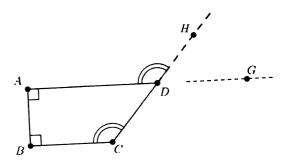
<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Nous désignons par le mot « démonstrations » les preuves déductives formelles.

- 1) Les quadrilatères ayant 4 angles droits sont vite traités en grand groupe : ce sont les rectangles, par définition de « rectangle ». On en profite pour rappeler ses propriétés : côtés opposés isométriques et parallèles, diagonales isométriques et qui ont le même milieu, (au moins) deux axes de symétrie.
- 2) L'enseignant demande ensuite aux élèves de construire avec GeoGebra un quadrilatère qui a 3 angles droits. Comme ce sera pratiquement tout le temps le cas pour les constructions avec GeoGebra, l'enseignant spécifie que le quadrilatère doit avoir au moins 2 sommets libres c'est-à-dire 2 sommets qui peuvent être déplacés n'importe où avec la souris et qu'il doit « résister à la déformation », c'est-à-dire rester un quadrilatère avec 3 angles droits quand les sommets libres sont déplacés. La construction faite, les élèves constatent bien sûr rapidement qu'ils obtiennent forcément des rectangles ou autrement dit, que le 4° angle droit vient automatiquement, 'en bonus'. Une autre façon de formuler la chose : il n'existe pas de quadrilatère ayant exactement 3 angles droits.
- 3) L'enseignant demande ensuite de prouver que le 4° angle est nécessairement droit, en s'appuyant sur les deux énoncés ci-dessous, qui ont été travaillés plus tôt dans l'année (voir Tanguay, 2012, §7).
  - droites perpendiculaires-1: si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est (forcément) perpendiculaire à l'autre.
  - droites parallèles-1: si deux droites ont une perpendiculaire en commun, alors elles sont (forcément) parallèles.

Nous verrons dans la 2<sup>e</sup> partie de l'article comment il peut revenir sur cette preuve pour l'analyser avec les élèves, en utilisant GeoGebra d'une façon plutôt inusitée.

4) Pour les quadrilatères qui ont (au moins) 2 angles droits, il faut considérer deux cas, selon que les angles droits sont consécutifs ou opposés. L'enseignant demande aux élèves de construire, avec GeoGebra, un quadrilatère qui a deux angles droits consécutifs. En déformant le quadrilatère obtenu, les élèves constatent qu'ils obtiennent des quadrilatères croisés et non croisés.

- (Essayez-le!) L'enseignant demande ensuite aux élèves de prouver que les quadrilatères non croisés ayant deux angles droits consécutifs sont nécessairement des trapèzes rectangles. La preuve résulte d'une application relativement directe de droites parallèles-1.
- 5) L'enseignant : « Les côtés et les diagonales des trapèzes rectangles ne présentent généralement aucune propriété particulière, et ceux-ci n'ont généralement pas d'axe de symétrie. Par contre, il y a quelque chose à dire sur les deux autres angles, ceux qui ne sont pas nécessairement droits. Trouvez quoi en explorant avec GeoGebra. » Les élèves font afficher les mesures des angles et déforment le quadrilatère. La majorité constate que les deux angles non droits changent mais restent supplémentaires. L'enseignant demande à la classe de prouver cela. Il y a alors plusieurs chemins possibles. Par exemple, sachant que la somme des mesures des angles dans les quadrilatères (non croisés) est de 360°. on peut simplement retrancher de 360 les mesures des deux angles droits et conclure que les deux autres totalisent 180°. On peut aussi, dans la figure ci-dessous. repérer que  $\angle BCD$  et  $\angle ADH$  sont des correspondants isométriques (AD et BC étant parallèles) ou encore. que  $\angle BCD$  et  $\angle CDG$  sont des alternes-internes isométriques.

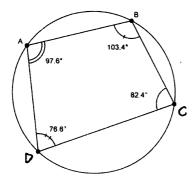


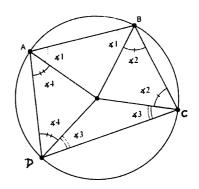
6) L'enseignant propose maintenant aux élèves de construire, avec GeoGebra, un 'deux-droits-opp', c'est-à-dire un quadrilatère qui a deux angles droits opposés. Comme toujours, il demande que le quadrilatère construit ait deux sommets libres et qu'il « résiste à la déformation », c'est-à-dire qu'il garde ses deux angles droits opposés lorsqu'il est déformé. La construction étant plus complexe et difficile, l'enseignant prend le temps de montrer certaines solutions d'élèves à la classe, et d'exhiber des déformations qui donnent lieu à des quadrilatères croisés. Dans le cas 'croisé', l'enseignant en profite pour revenir sur la définition d'angles

« opposés », l'idée d'angles « l'un en face de l'autre » dans le quadrilatère ne fonctionnant plus<sup>5</sup>. Comme dans la phase précédente, il demande ce qu'on peut dire des deux angles qui ne sont pas (nécessairement) droits dans les 'deux-droits-opps' non croisés : « conjecturez, puis prouvez ». La preuve basée sur la somme de 360° fonctionne ici aussi. L'enseignant laisse ensuite les élèves étudier les propriétés du 'deux-droits-opp' : « que peut-on dire de ses côtés? de ses diagonales? A-t-il des axes de symétrie? Explorez avec GeoGebra. »

7) Les élèves constatent qu'il n'y a rien de particulier à dire sur les 2-droits-opps. L'enseignant les relance : « ils ont pourtant une propriété bien particulière, pas facile à déceler. Pour vous mettre sur la piste, nous mettons de côté temporairement les angles droits et nous nous attaquons à un autre type de quadrilatères, les quadrilatères qui sont *inscriptibles dans un cercle*. Avec GeoGebra, tracez un cercle, placez quatre points sur ce cercle et faites-en les sommets d'un quadrilatère. Que pouvez-vous dire des angles de ce quadrilatère quand il est non croisé? Faites afficher les mesures des quatre angles et explorez, en déplaçant les sommets du quadrilatère sur le cercle. »

Si toutes les équipes ne découvrent pas que les angles opposés des quadrilatères inscriptibles sont (toujours) supplémentaires, l'enseignant énonce la propriété pour tous. Il demande ensuite à la classe de la prouver. *Indice*: « joignez les sommets au centre du cercle et identifiez bien les angles obtenus avec des couleurs différentes. »





Après avoir laissé aux élèves suffisamment de temps, les équipes qui le veulent présentent à la classe leur preuve, chacune étant ensuite discutée en groupe classe : est-elle valable? est-elle complète? est-elle convaincante? L'enseignant peut au besoin proposer la sienne, par exemple celle-ci :

.....

Je nomme A-B-C-D les sommets du quadrilatère inscrit et je joins chaque sommet au centre du cercle. Les 4 triangles ainsi obtenus, groupés autour du centre du cercle, sont isocèles puisqu'ils ont à chaque fois deux côtés isométriques comme rayons du cercle. J'identifie par  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$  les mesures des angles à la base de ces triangles isocèles, de façon à repérer dans la figure les angles isométriques (j'ai aussi mis de la couleur!)

Nous savons que la somme des mesures des angles intérieurs de tout quadrilatère non croisé est de 360°. J'aurai donc ici:

$$2 \times \cancel{\angle} 1 + 2 \times \cancel{\angle} 2 + 2 \times \cancel{\angle} 3 + 2 \times \cancel{\angle} 4 = 360^{\circ}$$
, ce qui implique que

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^{\circ} \div 2 = 180^{\circ}.$$

Or, en faisant la somme des angles opposés, j'obtiens aux sommets A et C

$$m \angle A + m \angle C = (\angle 4 + \angle 1) + (\angle 2 + \angle 3)$$
$$= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^{\circ},$$

et aux sommets B et D

$$m \angle B + m \angle D = (\angle 1 + \angle 2) + (\angle 3 + \angle 4) = 180^{\circ}$$
, ce qui montre bien que les angles opposés sont supplémentaires.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> La définition « d'angles opposés dans un quadrilatère », qui fonctionne autant pour les croisés que les non croisés, pourrait être « angles qui n'ont pas de côté commun ». Certains se demanderont pourquoi ces considérations sur les quadrilatères croisés, ceux-ci n'étant généralement à peu près pas pris en compte par la géométrie « classique ». Il faut être conscient que les polygones croisés apparaissent naturellement quand on déforme les figures réalisées avec GeoGebra, et ne peuvent donc être ignorés si GeoGebra est privilégié comme outil de construction. Voilà un aspect à propos duquel l'enseignant doit à notre avis rester vigilent : la géométrie avec GeoGebra est une « nouvelle » géométrie, pas (tout à fait) la même que la géométrie papier-crayon. L'enseignant doit savoir s'ajuster en conséquence!

8) L'enseignant: « ATTENTION! Nous venons de montrer que tout quadrilatère non croisé inscrit dans un cercle a ses angles opposés supplémentaires. Autrement dit, nous venons de montrer que l'implication

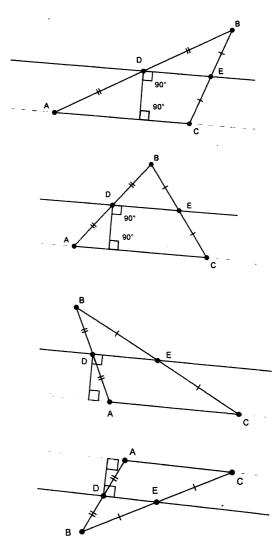
#### quadri inscriptible $\implies$ angles opposés supplémentaires

est vérifiée quelque soit le quadrilatère non croisé considéré. Mais nous ne savons pas si la réciproque est vraie, nous ne savons pas si pour un quadrilatère non croisé, avoir ses angles opposés supplémentaires nous assure à coup sûr qu'il sera inscriptible. Rien ne nous dit qu'il n'existe pas, quelque part, un quadrilatère non croisé qui a ses angles opposés supplémentaires et qu'ON NE PEUT PAS inscrire dans un cercle. »

« Mais revenons maintenant à notre 'deux-droits-opp'. Nous savons qu'il a ses angles opposés supplémentaires. Si ça n'avait pas été le cas, nous aurions pu affirmer avec certitude qu'il ne peut être inscrit dans un cercle. Sachant que c'est le cas, tout ce que nous pouvons dire, c'est qu'il est 'candidat à l'inscriptibilité', sans être sûrs qu'il l'est effectivement! En fait, dans les prochaines leçons, nous allons *prouver* que les 2-droits-opps sont bel et bien inscriptibles. D'ici là, reprenez le 2-droits-opp construit avec GeoGebra et essayez de trouver un cercle qui passe par chacun de ses sommets. Il vous faut bien sûr trouver d'abord le centre de ce cercle. »

- 9) Dans les leçons qui suivent, la classe développe des outils (en fait des théorèmes) qui vont lui donner accès à la preuve que les 2-droits-opps sont inscriptibles. Par ailleurs, les résultats sont en eux-mêmes intéressants et peuvent servir dans de nombreuses autres preuves. D'abord trois résultats qui ne seront pas démontrés les preuves étant hors de portée —, mais qui seront plutôt vérifiés empiriquement à l'aide de GeoGebra. Le 2° et le 3° sont deux implications réciproques.
  - Le Théorème des milieux : Dans tout triangle, le segment qui joint les milieux de deux des côtés est parallèle au 3° côté.
  - *médiatrice-1* : Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est forcément sur la médiatrice de ce segment.
  - point équidistant-1 : Tout point sur la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment.

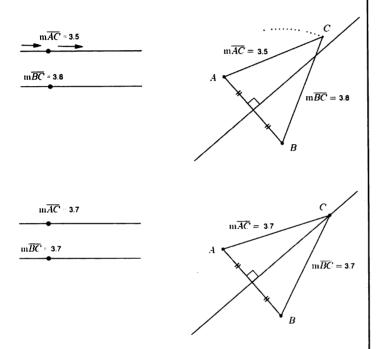
Il s'agit de faire avec GeoGebra des constructions qui permettent de valider expérimentalement (ce qui est bien différent de « démontrer »!) chacun de ces résultats. L'enseignant peut laisser aux élèves la responsabilité de ces constructions, mais il doit alors s'assurer que ceuxci ne se contentent pas de vérifier sur un exemple, et utilisent les déformations pour engendrer en quelque sorte un « continuum » d'exemples. Il peut aussi proposer des fichiers GeoGebra déjà préparés, dans lesquels l'élève n'a qu'à déplacer des points ou des curseurs pour vérifier. Voici par exemple une série de figures obtenues par déformation d'un triangle ABC (dont on déplace le sommet libre B) dans lequel on a joint les milieux de AB et BC. Les deux angles affichés restent droits et nous assurent que les droites AC et DE sont bien parallèles dans tous les cas (par droites parallèles-1!), ce qui corrobore expérimentalement le Théorème des milieux.



Pour le Théorème point équidistant-1, il suffit de placer, avec l'outil « Point sur Objet », un point P semi-contraint sur la médiatrice d'un segment AB et de faire afficher les distances de P à A et de P à B. Il faut bien sûr ensuite déplacer P (sur la médiatrice), et aussi déformer le segment AB. Les deux distances affichées varient mais restent égales.

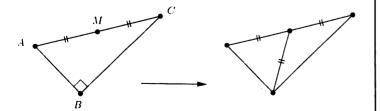
29

Le Théorème médiatrice—l est le plus complexe à vérifier. Il y a de nombreuses façons de le faire. Une parmi celles-ci est la suivante : on trace un segment AB et sa médiatrice. On place deux curseurs, qui font varier les nombres e et f respectivement. Le point C est placé sur une des intersections de deux cercles : le cercle de centre A et de rayon e et le cercle de centre e et de rayon e. Chacun est tracé avec l'outil e cercle (centre-rayon) et est caché ensuite. En déplaçant les curseurs, on fait varier les longueurs m e et m e et m e et on constate que le point e semble se placer sur la médiatrice de e e à chaque fois que ces deux longueurs sont égales.



10) Avant d'attaquer la preuve que les 2-droits-opps sont inscriptibles dans un cercle, un dernier théorème, celui que nous nommons le *Théorème des trois segments*:

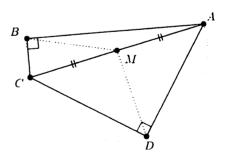
Dans tout triangle rectangle, le segment qui joint le milieu de l'hypoténuse au sommet de l'angle droit est de même longueur que chacune des moitiés de l'hypoténuse.



Sa preuve est travaillée par la classe, l'enseignant ayant donné les indices suivants : « Appelez B le sommet de l'angle droit, M le milieu de l'hypoténuse  $\overline{AC}$  et N le milieu de  $\overline{BC}$ . Utilisez maintenant les outils que nous avons développés, à savoir, le Théorème des milieux et les théorèmes médiatrice—I et point équidistant—I. »

Une preuve possible consiste à dire que MN // AB par le Théorème des milieux, que BC fait donc un angle droit avec MN par droites perpendiculaires-1, que MN est par conséquent la médiatrice de  $\overline{BC}$  par définition de « médiatrice » et de conclure, par point équidistant-1, que M est équidistant de B et de C, ce qui revient bien à ce qu'on voulait montrer. L'enseignant peut revenir sur cette preuve en la faisant travailler à l'aide de déductogrammes : nous y reviendrons dans la deuxième partie de l'article. Voir aussi Tanguay (2006) et Tanguay & Geeraerts (2012).

11) Finalement, l'enseignant demande aux élèves la preuve que les 2-droits-opps sont inscriptibles : si ABCD est un 2-droits-opp (non croisé) qui a ses angles droits aux sommets B et D, et si M désigne le milieu de la diagonale  $\overline{AC}$ , alors le Théorème des 3 segments, appliqué à chacun des triangles rectangles  $\Delta ABC$  et  $\Delta ACD$ , donne  $\overline{BM} \cong \overline{AM} \cong \overline{MC} \cong \overline{MD}$  ce qui montre bien que les points A, B, C et D sont sur un cercle de centre M.



#### 4. Une première série de conclusions

Récapitulons. Dans cette séquence, GeoGebra a été mis à contribution de plusieurs façons.

- A. Pour faire construire par les élèves des figures avec des propriétés particulières imposées, et qui sont visées comme objets d'étude. Ces propriétés doivent être conservées quand la figure est déformée. Ainsi, les élèves prennent conscience qu'elles résultent de plus que d'un simple constat visuel, mais qu'elles découlent de liens structurels propres à la figure, liens qu'on cherche à mieux comprendre, à expliquer.
- B. Pour explorer, conjecturer à propos d'autres propriétés induites, que pourraient avoir les quadrilatères construits. Là encore, la possibilité de déformer avec GeoGebra met sur la piste que ces propriétés ne sont pas 'fortuites', qu'elles sont partagées par toute une classe de figures, pour des raisons qu'on essaie ensuite de déterminer.
- C. Pour vérifier expérimentalement certains résultats dont la démonstration est inaccessible. La classe élargit ainsi son répertoire d'outils pour faire le travail de compréhension et d'explication évoqué aux points A et B, ce travail passant entre autres par l'élaboration de preuves.

Ce dernier point permet aussi à la classe d'instituer une forme de « contrat didactique », un mode de fonctionnement qui peut rester implicite mais qui peut aussi être explicité et discuté en groupe classe : aucun résultat du cours de géométrie ne sera utilisé dans une preuve à moins d'avoir fait l'objet d'une vérification, soit expérimentale (ou inductive), soit déductive (démonstration). La classe se constitue alors en une communauté de chercheurs, qui fait de la géométrie comme dans un laboratoire de physique et élabore une véritable théorie géométrique. Les axiomes sont remplacés par des règles (des 'lois', comme les lois de la physique; nous les appelons des postulats) qu'on ne peut prouver déductivement mais qu'on vérifie expérimentalement. Les preuves des autres résultats s'appuient sur ces 'règles-postulats'. On ne cherche pas,

ar. Al A

comme en géométrie classique, à réduire au minimum le nombre de ces postulats. Cela permet de simplifier les développements et preuves subséquents.

Nous y reviendrons dans la seconde partie de l'article, pour voir entre autres comment définitions et résultats sont construits par la classe et colligés dans un répertoire de fiches. Nous y présenterons également des outils d'enseignement permettant de pousser plus loin et rendre plus accessible le travail sur les preuves fait avec les élèves. Sur tout cela, le lecteur impatient pourra consulter la dernière des références ci-dessous. Les enseignants intéressés à en savoir plus ou à collaborer aux recherches sous-jacentes sont fortement encouragés à nous contacter.

« Sur tout cela », avons-nous écrit? Pas tout à fait, car l'un des outils de 'décorticage' des preuves, qui résulte d'une utilisation complètement originale de GeoGebra et qui a été présenté par Loïc Geeraerts à St-Georges de Beauce, n'a encore fait l'objet d'aucune présentation écrite. Nous la réservons, en grande 'première', pour le prochain numéro d'*Envol*...

## **RÉFÉRENCES**

- Tanguay, D. (2012). La notion d'angle au début du secondaire. *Envol*, 1<sup>re</sup> partie au n°158, pp. 33-37; 2<sup>e</sup> partie au n°159, pp. 31-35.
- Tanguay, D. (2007). Learning Proof: from Truth towards Validity 2007. Proceedings of the Xth Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education (RUME), San Diego State University. San Diego, Californie. Sur le Web:

http://www.rume.org/crume2007/eproc.html

- Tanguay, D. (2006). Comprendre la structure déductive en démonstration. Revue Envol, n°134, pp. 9-17.
- Tanguay, D. et Geeraerts, L. (2012). D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant. *Petit x*, n°88.

31

TRITIOT 100 1.1 . 301